

## Ryzyko stopy procentowej

### Przykład 1. Duration w zależności od stopy kuponowej i stopy zwrotu

Cena nominalna euroobligacji wynosi 1000 USD, termin wykupu wynosi 5 lat.

Odsetki są płacone rocznie.

#### Polecenia

1. Wyznaczyć duration dla następujących sytuacji:
  - a. Stopa kuponowa wynosi 10%, stopa zwrotu 10%.
  - b. Stopa kuponowa wynosi 10%, stopa zwrotu 15%.
  - c. Stopa kuponowa wynosi 10%, stopa zwrotu 5%.
  - d. Stopa kuponowa wynosi 15%, stopa zwrotu 10%.
  - e. Stopa kuponowa wynosi 5%, stopa zwrotu 10%.
2. Przedstawić analizę wrażliwości zmodyfikowanego duration na zmiany stopy kuponowej i stopy zwrotu w przedziale 2-20%.

#### Rozwiązanie

Ad 1.

Stopa kuponowa			10%			Stopa zwrotu			10%		
Rok	Strumień	Wsp. dysk.	Str. zdysk.	Udział	Rok * udział						
1	100	0,9091	90,91	0,0909	0,0909						
2	100	0,8264	82,64	0,0826	0,1653						
3	100	0,7513	75,13	0,0751	0,2254						
4	100	0,6830	68,30	0,0683	0,2732						
5	1100	0,6209	683,01	0,6830	3,4151						
			1000,00	1,0000	4,1699						

Duration wynosi 4,17 lat.

Zmodyfikowany duration wynosi  $4,17 * 1/(1+10\%) = 3,79$ .

Stopa kuponowa			10%			Stopa zwrotu			15%		
Rok	Strumień	Wsp. dysk.	Str. zdysk.	Udział	Rok * udział						
1	100	0,8696	86,96	0,1045	0,1045						
2	100	0,7561	75,61	0,0908	0,1817						
3	100	0,6575	65,75	0,0790	0,2370						
4	100	0,5718	57,18	0,0687	0,2748						
5	1100	0,4972	546,89	0,6570	3,2851						
			832,39	1,0000	4,0829						

Duration wynosi 4,08 lat.

Zmodyfikowany duration wynosi  $4,08 * 1/(1+15\%) = 3,55$ .

Stopa kuponowa			10%			Stopa zwrotu			5%		
Rok	Strumień	Wsp. dysk.	Str. zdysk.	Udział	Rok * udział						
1	100	0,9524	95,24	0,0783	0,0783						
2	100	0,9070	90,70	0,0746	0,1491						
3	100	0,8638	86,38	0,0710	0,2130						
4	100	0,8227	82,27	0,0676	0,2705						
5	1100	0,7835	861,88	0,7085	3,5425						
			1216,47	1,0000	4,2535						

Duration wynosi 4,25 lat.

Zmodyfikowany duration wynosi  $4,25 * 1/(1+5\%) = 4,05$ .

Stopa kuponowa 15%			Stopa zwrotu 10%		
Rok	Strumień	Wsp. dysk.	Str. zdysk.	Udział	Rok * udział
1	150	0,9091	136,36	0,1146	0,1146
2	150	0,8264	123,97	0,1042	0,2084
3	150	0,7513	112,70	0,0947	0,2842
4	150	0,6830	102,45	0,0861	0,3445
5	1150	0,6209	714,06	0,6003	3,0014
			1189,54	1,0000	3,9532

Duration wynosi 3,95 lat.

Zmodyfikowany duration wynosi  $3,95 * 1/(1+10\%) = 3,59$ .

Stopa kuponowa 5%			Stopa zwrotu 10%		
Rok	Strumień	Wsp. dysk.	Str. zdysk.	Udział	Rok * udział
1	50	0,9091	45,45	0,0561	0,0561
2	50	0,8264	41,32	0,0510	0,1020
3	50	0,7513	37,57	0,0464	0,1391
4	50	0,6830	34,15	0,0421	0,1685
5	1050	0,6209	651,97	0,8044	4,0222
			810,46	1,0000	4,4879

Duration wynosi 4,49 lat.

Zmodyfikowany duration wynosi  $4,49 * 1/(1+10\%) = 4,08$ .

Ad 2.

Analiza wrażliwości

St. kup.	D
2%	4,3288
4%	4,1547
6%	4,0117
8%	3,8922
10%	3,7908
12%	3,7037
14%	3,6280
16%	3,5617
18%	3,5031
20%	3,4510

St. zwrotu	D
2%	4,2175
4%	4,1056
6%	3,9972
8%	3,8924
10%	3,7908
12%	3,6924
14%	3,5970
16%	3,5045
18%	3,4148
20%	3,3278

**Przykład 2. Duration oraz współczynnik wypukłości**

Cena nominalna obligacji wynosi 1000 zł, cena emisyjna 950 zł, stopa kuponowa 10%. Termin wykupu wynosi 15 lat. Odsetki są płacone co roku.

**Polecenia**

1. Wyznaczyć wewnętrzną stopę zwrotu, duration, zmod. duration i wsp. wypukłości.
2. Oblicz zmiany ceny obligacji, gdy stopa zwrotu zmieni się o  $\pm 1\%$ ,  $\pm 2\%$  na podstawie duration, na podstawie duration z uwzględnieniem wypukłości, wg wzoru na obligację.

**Rozwiązanie**

Ad 1.

Rok	Strumień	Str. zdysk.	Udział	Duration	Wsp. wypukł.
t	$CF_t$	$\frac{CF_t}{(1+i)^t}$	$\frac{CF_t}{P(1+i)^t}$	$\frac{tCF_t}{P(1+i)^t}$	$\frac{t(t+1)CF_t}{P(1+i)^{t+2}}$
0	-950				
1	100	90,35	0,0951	0,0951	0,1553
2	100	81,63	0,0859	0,1718	0,4208
3	100	73,75	0,0776	0,2329	0,7604
4	100	66,63	0,0701	0,2805	1,1450
5	100	60,20	0,0634	0,3168	1,5518
6	100	54,39	0,0573	0,3435	1,9628
7	100	49,14	0,0517	0,3621	2,3644
8	100	44,40	0,0467	0,3739	2,7466
9	100	40,11	0,0422	0,3800	3,1018
10	100	36,24	0,0381	0,3815	3,4252
11	100	32,74	0,0345	0,3791	3,7135
12	100	29,58	0,0311	0,3737	3,9651
13	100	26,73	0,0281	0,3657	4,1795
14	100	24,15	0,0254	0,3558	4,3570
15	1100	239,98	0,2526	3,7891	49,4870
	YTM	P		Zw. duration	Wsp.wypukł.
	10,68%	950,00	1,0000	8,2016	83,3362

Wewnętrzna stopa zwrotu YTM wynosi 10,68%. Duration wynosi 8,20 lat. Zmodyfikowany duration wynosi  $8,20 * 1/(1+10,7\%) = 7,41$ . Współczynnik wypukłości wynosi 83,34.

Ad 2.

$\Delta i$	i	Cena rynkowa	Stopa zmiany ceny $\Delta P/P$		
			$\frac{\Delta P}{P} = -D\Delta i$	$-D\Delta i + \frac{1}{2}C(\Delta i)^2$	wg wzoru na cenę obligacji
-2%	8,68%	1108,16	14,82%	16,49%	16,65%
-1%	9,68%	1024,54	7,41%	7,83%	7,85%
0%	10,68%	950,00	0,00%	0,00%	0,00%
1%	11,68%	883,39	-7,41%	-6,99%	-7,01%
2%	12,68%	823,72	-14,82%	-13,15%	-13,29%