Ryzyko stopy procentowej

1.1 Duration

Zależność zmiany ceny obligacji o stałym dochodzie od zmian stopy procentowej można ustalić **w sposób przybliżony** wykorzystując tzw. zmodyfikowany duration (D):

(1) $\Delta P = - P\, D\, \Delta i$

gdzie:
ΔP - zmiana ceny (rynkowej) obligacji,
P - cena (rynkowa) obligacji,
D- zmodyfikowany duration,
Δi - zmiana stopy procentowej (stopy zwrotu, YTM).
bądź

(2) $$\frac{\Delta P}{P} = - D\, \Delta i$$

Stopa zmiany wartości obligacji jest zapisywana już coraz rzadziej w zależności od tzw. zwykłego duration D_z oraz tzw. szoku stopy procentowej $\frac{\Delta i}{1+i}$:

(3) $$\frac{\Delta P}{P} = -D_z\left(\frac{\Delta i}{1+i}\right) = -\frac{D_z}{1+i}\cdot \Delta i$$

Zależność zmodyfikowanego duration od zwykłego duration można zapisać dla obligacji z odsetkami płaconymi co roku w postaci:

(4) $$D = \frac{D_z}{1+i}$$

Przypomnijmy, że wycena obligacji o stałym oprocentowaniu z odsetkami płaconymi co roku jest dokonywana na podstawie wzoru:

(5) $$P = \sum_{t=1}^{T} \frac{CF_t}{(1+i)^t}$$

gdzie:
P - wartość wyceny obligacji, nazywana także wewnętrzną wartością obligacji,
CF_t - strumienie pieniężne (odsetki, zwrot kapitału) dla inwestora (właściciela) obligacji,
i - wymagana przez większość inwestorów stopa zwrotu w skali roku (required rate of return),
t =1,2,...,T - okres,
T - liczba okresów do terminu umorzenia.

Można również zastosować następujący zapis:

(6) $$P = \frac{cB}{(1+i)^1} + \frac{cB}{(1+i)^2} + \ldots + \frac{cB+B}{(1+i)^T}$$

gdzie:
c - stopa kuponowa, stała stopa oprocentowania obligacji,
B - cena nominalna obligacji, kapitał
cB - kwota oprocentowania na kuponie płatna w końcu każdego okresu.

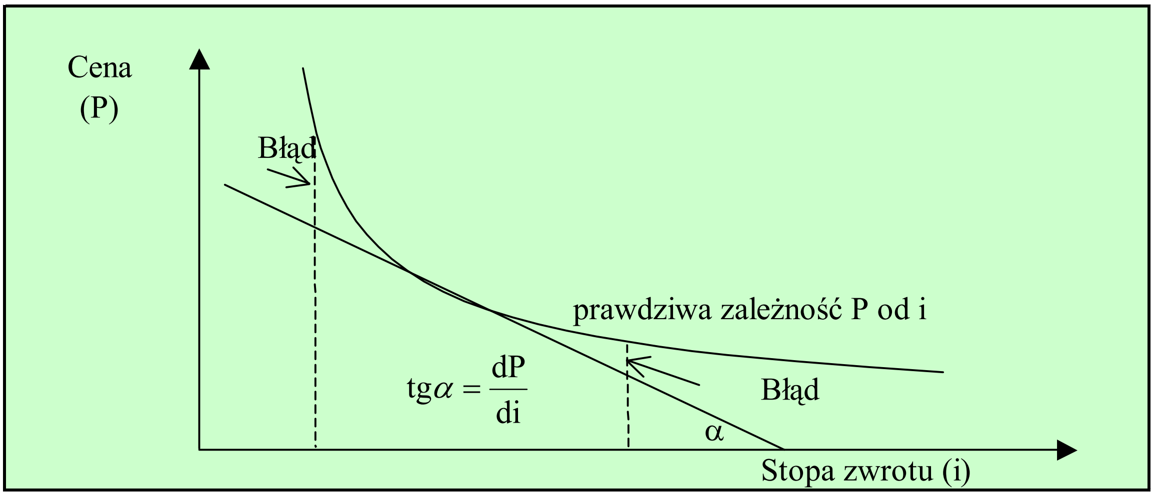
Duration jest czasem ważonym udziałami zaktualizowanych strumieni pieniężnych w sumie tych strumieni (wartości obligacji). Duration uwzględnia więc nie tylko terminy zapadalności i wymagalności, ale rozkład czasowy i wielkości strumieni pieniężnych. **Ważony jest czas** (t) przy wykorzystaniu wag odzwierciedlających ważność zaktualizowanych strumieni pieniężnych. Duration jest wyrażony w latach. Duration można interpretować jako przeciętny okres po upływie którego inwestor otrzyma dokładnie połowę dzisiejszej (zaktualizowanej) wartości wpływów (zdyskontowanych strumieni pieniężnych). Duration uwzględnia więc zmiany wartości pieniądza w czasie.

Interpretacja ekonomiczna duration ma większe znaczenie. Duration jest to **wrażliwość zmiany wartości instrumentu o stałym umownym oprocentowaniu na zmiany stopy procentowej (stopy zwrotu)**. Interpretacja ta dotyczy także **wszelkich pozycji aktywów i pasywów o stałym oprocentowaniu.** Zwykły duration informuje, o ile zmieni się wartość aktywów bądź pasywów, gdy nastąpi zmiana stóp procentowych o $\Delta y/(1+y)$. Zmodyfikowany duration przedstawia zmianę wartości aktywów bądź pasywów pod wpływem zmiany stopy procentowej.

Duration zależy od stopy zwrotu (i), stopy kuponowej (c), oraz terminu wykupu (T) obligacji. Duration charakteryzuje się następującymi cechami:

1. Zwiększenie (zmniejszenie) stopy zwrotu (rynkowych stóp procentowych) powoduje skrócenie (wydłużenie) duration.
2. Zwiększenie (zmniejszenie) stopy kuponowej powoduje skrócenie (wydłużenie) duration.
3. Wrażliwość zmodyfikowanego duration na zmiany stopy kuponowej jest większa niż na zmiany stopy zwrotu.
4. Im bardziej oddalony jest termin wykupu tym większy jest duration, ale tempo wzrostu duration jest coraz mniejsze.

Duration jest obecnie najczęściej stosowanym narzędziem w zarządzaniu ryzykiem stopy procentowej. Duration poprawnie pokazuje zmiany wartości pozycji o stałym oprocentowaniu pod wpływem nieznacznych zmian stóp procentowych. Prognozy zmian wartości dla większych zmian stóp procentowej są obarczone większym błędem. Prognozowane są zbyt duże spadki wartości przy wzroście stóp procentowych i zbyt małe wzrosty wartości przy spadku stóp procentowych. Prawdziwa relacja pomiędzy zmianami wartości a zmianami stóp procentowych jest **krzywą wypukłą**.



Rys. 1. Duration a prawdziwa zależność ceny od stopy zwrotu
Źródło: Opracowanie własne.

Wypukłość jest tym większa, im

1. niższa jest stopa umowna (kuponowa),
2. niższa jest wymagana stopa zwrotu,
3. dłuższy jest termin wykupu oraz zmodyfikowany duration.

Z rysunku wynika, że duration dla danej ceny określa styczną do prawdziwej wypukłej krzywej przedstawiającej zależność cena - stopa zwrotu. Dokładniejsze oszacowanie tych dodatkowych efektów może być dokonane poprzez rozwinięcie różnicy wartości obligacji w szereg Taylora do drugiej pochodnej.

Zależność zmiany wartości instrumentu o stałym oprocentowaniu (np. ceny obligacji) od zmian stopy procentowej można ustalić w sposób przybliżony, lecz bardziej dokładnie wykorzystując **zmodyfikowany duration** (D) oraz **współczynnik wypukłości** (C):

(7) $$\Delta P = \frac{dP}{di}\Delta i + \frac{1}{2}\frac{d^2P}{di^2}(\Delta i)^2 = P\left[- D\Delta i + \frac{1}{2}C(\Delta i)^2\right]$$

lub

(8) $$\frac{\Delta P}{P} = - D\Delta i + \frac{1}{2}C(\Delta i)^2$$

Współczynnik wypukłości można wyliczyć na podstawie wzoru:

(9) $$C = \frac{1}{P}\left(\frac{d^2P}{di^2}\right) = \sum_{t=1}^{T}\frac{t(t+1)CF_t}{P(1+i)^{t+2}}$$