

1. Procentowe instrumenty pochodne (IRS, FRA, futures i opcje)

1.1 Swapy procentowe

1.1.1 Swap procentowy (IRS)

Charakterystyka

Treść umowy

Standardowa umowa swap jest **jakby** dwustronną umową kredytową bądź dwustronną umową depozytu. Dwie strony udzielają sobie jakby wzajemnie kredytów w tej samej kwocie na określony okres np. 5 lat. Jedna strona ma otrzymywać odsetki według z góry wynegocjowanej i ustalonej w umowie **stałej** stopy procentowej i płacić odsetki według określonej **zmiennej** stopy procentowej (zmieniającego się indeksu). Druga strona otrzymuje odsetki według zmiennej stopy i płaci odsetki według stałej stopy. Poziom zmiennej stopy nie jest znany w momencie podpisywania umowy. Jest znany w miarę upływu czasu po przekroczeniu ustalonych terminów odniesienia (ang. *reference dates*).

W przypadku standardowej procentowej umowy swap (ang. *interest rate swap*, IRS) strumienie pieniężne są denominowane w tej samej walucie i obejmują wyłącznie płatności odsetek netto. W przypadku standardowej walutowej umowy swap (ang. *currency swap*, *cross-currency swap*) strumienie są denominowane w różnych walutach. Obejmują płatności odsetek i przepływy kapitału. Strony na początku przekazują sobie wzajemnie kwoty kapitałów (są one w różnych walutach), na końcu okresu zwracają jednorazowo kwoty kapitałów, a w kolejnych terminach rozliczenia każda ze stron przekazuje drugiej stronie odsetki od kwoty otrzymanego kapitału (w walucie otrzymanego kapitału).

Kontrakty swap nie występują w obrocie giełdowym. Są zawierane na rynku OTC. Strony mają pełną swobodę kształtowania wszystkich warunków umowy. W umowie swap najczęściej występują następujące elementy:

1. wartość hipotetycznego kapitału (ang. *notional principal*),
2. oznaczenie zmiennej stopy procentowej i terminów odniesienia (ang. *reference dates*),
3. poziom stałej stopy procentowej,
4. terminy rozliczenia płatności (ang. *settlement dates*),
5. zabezpieczenia wypłacalności stron,
6. oznaczenie walut strumieni pieniężnych (w przypadku walutowej umowy swap).

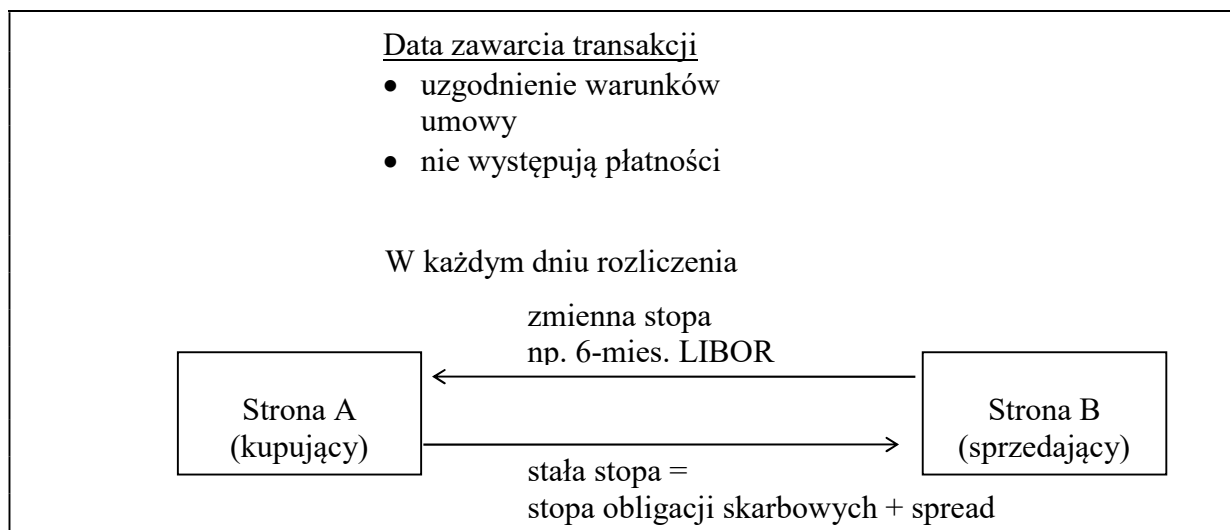
Transakcje swap są zawierane przez banki, instytucje finansowe, duże przedsiębiorstwa, agencje rządowe i władze lokalne. Rozwój umów swap wynika z zaangażowania banków, które występują nie tylko jako pośrednik finansowy (ang. *market maker*), ale również jako druga (końcowa) strona kontraktu (ang. *end user*). Można zaryzykować twierdzenie, że transakcje swap realizowane przez banki, rekompensują z powodzeniem straty wynikające ze spadku znaczenia banków jako bezpośrednich kredytodawców dla przedsiębiorstw.

Standardowy swap procentowy

Zmienną stopą procentową może być dowolnie wybrana stopa, indeks stóp procentowych bądź indeks cen. Najczęściej na świecie w umowach swap wykorzystuje się LIBOR (ang. *London Interbank Offered Rate*). Zmienną stopą może być publikowana stopa dla bonów skarbowych bądź obligacji rządowych, indeks dla bonów komercyjnych, certyfikatów depozytowych, stopa podstawowa banków itp. Stopa ta musi być jednoznacznie określona w umowie.

W ustalonych przyszłych terminach następuje przekazanie **płatności netto** przez stronę, na której zgodnie z warunkami umowy ciąży większe wyliczone zobowiązanie. Kierunek strumienia odsetek netto w danym terminie rozliczenia zależy od poziomu zmiennej stopy procentowej w terminie referencyjnym, a więc od tego czy stopa zmienna była wyższa, czy też niższa niż ustalony w umowie poziom stałej stopy.

Strona zobowiązująca się do płatności na podstawie stałej stopy jest nazywana **kupującym**, zajmującym **pozycję długą**. Strona zobowiązująca się do płatności na podstawie zmiennej stopy jest nazywana **sprzedającym**, zajmującym **pozycję krótką**. Stosowanie tych nazw wynika z traktowania zmiennej stopy, jakby była ona przedmiotem handlu („towarem”) oraz traktowania stopy stałej jakby była ceną („zapłatą za towar”). Negocjacje dotyczą poziomu stałej stopy. Problem ustalenia ceny umowy swap polega na wyznaczeniu racjonalnego poziomu stałej stopy procentowej.



Rys. 1. Standardowy swap procentowy
Źródło: Opracowanie własne.

Kontrakt swap w momencie zawarcia jest nazywany kontraktem o sumie zerowej. W momencie podpisywania umowy nie występują żadne należności i zobowiązania. Po zawarciu umowy dla jednej strony kontrakt ma wartość dodatnią, a dla drugiej wartość ujemną (tę samą wartość ze znakiem minus).

Dealerzy oferują stopy:

- bid - dealer jest stroną płacącą stałą stopę,
- offer - dealer jest stroną otrzymującą stałą stopę.

Różnica pomiędzy stopami offer (ask) i bid jest marżą dealera w przypadku dokładnie dopasowanych transakcji. Spread zależy od zdolności kredytowej drugiej strony transakcji. Jeśli zdolność kredytowa drugiej strony jest niższa, bid jest niższy bądź offer wyższy.

Strumienie pieniężne (odsetki) według stałej stopy są zwykle liczone w konwencji 365 dni („actual/365”), bądź czasami w konwencji „30/360”. Odsetki według zmiennej stopy LIBOR są obliczane w konwencji 360 dni („actual/360”) ¹. Zgodnie z tymi zasadami odsetki będą następujące:

$$(1) \quad OS_t = s * \frac{P_t}{365} * K$$

$$(2) \quad OZ_t = LIBOR_{t-1} * \frac{P_t}{360} * K$$

gdzie:

OS_t - odsetki na podstawie stałej stopy (ang. *fixed rate payment*),

OZ_t - odsetki na podstawie zmiennej stopy (ang. *floating-rate payment*),

s - stała stopa umowy swap (ang. *swap fixed rate, SFR*),

$LIBOR_{t-1}$ - zmienna stopa LIBOR w terminie referencyjnym na koniec okresu $t-1$ ²,

p_t - liczba dni w okresie t ,

t - okres,

K - kapitał, wartość nominalna swap (ang. *notional principal, NP*).

Hipotetyczny kapitał służy wyłącznie do wyznaczenia płatności odsetek. W przypadku standardowej procentowej umowy swap w rzeczywistości nie występuje przepływ kapitału pomiędzy stronami umowy. Różnica pomiędzy zobowiązaniami z tytułu odsetek, wyznaczonymi na podstawie powyższych dwóch wzorów, staje się zobowiązaniem netto jednej strony.

Płatności według stałej stopy nie muszą być w kolejnych terminach rozliczeń równe ze względu na różną liczbę dni w podokresie (np. w jednym półroczu może być 181 dni, a w drugim 184 dni). Gdyby w umowie przyjęto, że stała stopa jest liczona według konwencji 30/360 płatności te byłyby równe. Płatności na podstawie stopy zmiennej w danym terminie rozliczenia są dokonywane **na podstawie stopy w poprzednim referencyjnym**. Jeśli rozliczenia są dokonywane w okresach półrocznych, należność (zobowiązanie) netto powstaje w każdym kolejnym terminie odniesienia, płatność (rozliczenie) może być dokonana pół roku później. W praktyce najczęściej płatności są dokonywane z góry.

¹ W Polsce odsetki według stopy WIBOR są liczone w konwencji a/365.

² Często dwa dni robocze przed rozpoczęciem podokresu kalkulacji odsetek.

Przykład 1. Standardowy swap procentowy

Dealer proponuje następujące stałe stopy dla standardowej "plain vanilla" procentowej transakcji swap.

Termin wygaśnięcia	Stopa dla obligacji skarbowych	Marża zakupu bid (pkb)	Marża sprzedaży ask (pkb)	Efektywna stała stopa swap
2	9,76%	26	29	10,02% - 10,05%
3	9,92%	28	31	10,20% - 10,23%
4	10,10%	30	33	10,40% - 10,43%
5	10,41%	27	31	10,68% - 10,72%
7	10,64%	36	40	11,00% - 11,04%
10	10,82%	38	42	11,20% - 11,24%
15	11,09%	58	63	11,67% - 11,72%

Dealer zawiera umowę z klientem X. Warunki umowy swap są następujące:

Termin początkowy:	15-sty-00
Termin końcowy:	15-sty-05
Kapitał (hipotetyczny)	10 000 000
Płacący stopę stałą:	Klient X
Staća stopa oprocentowania:	10,72%
Staća stopa oprocentowania, dni	365
Otrzymujący stopę stałą:	Dealer
Stopa zmienna:	6 mies. WIBOR
Stopa zmienna, dni	360
Dni rozliczenia:	15 stycznia i 15 lipca każdego roku
Sposób ustalenia WIBOR	Ustalana z góry, płatna z dołu

Dealer zawiera umowę z klientem Y. Warunki umowy swap są następujące:

Termin początkowy:	15-sty-00
Termin końcowy:	15-sty-05
Kapitał (hipotetyczny)	10 000 000
Płacący stopę stałą:	Dealer
Staća stopa oprocentowania:	10,68%
Staća stopa oprocentowania, dni	365
Otrzymujący stopę stałą:	Klient Y
Stopa zmienna:	6 mies. WIBOR
Stopa zmienna, dni	360
Dni rozliczenia:	15 stycznia i 15 lipca każdego roku
Sposób ustalenia WIBOR	Ustalana z góry, płatna z dołu

Polecenia:

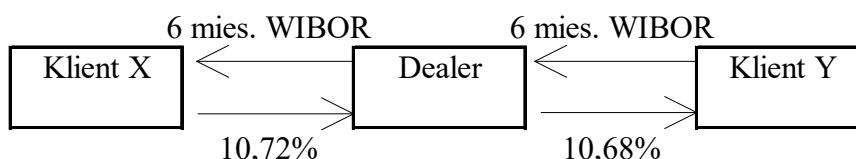
1. Narysować diagram dla transakcji swap oraz zaznaczyć stopy procentowe.
2. Jak będą kształtowały się strumienie pieniężne (rozliczenia netto), gdyby 6-miesięczna stopa WIBOR w poszczególnych dniach rozliczeń wynosiła:

Data rozliczenia	WIBOR
15-sty-00	10,400%
15-lip-00	10,600%
15-sty-01	9,100%
15-lip-01	8,100%
15-sty-02	7,600%
15-lip-02	9,100%
15-sty-03	10,100%
15-lip-03	10,500%
15-sty-04	10,600%
15-lip-04	8,400%
15-sty-05	10,200%

3. Wyznaczyć prowizję dealera w poszczególnych terminach rozliczeniowych. Ile wynosiłaby prowizja w każdym terminie rozliczenia, gdyby rozliczenie było dokonywane co pół 360 dniowego roku ?

Rozwiązanie

Ad 1.



Ad 2.

Data rozliczenia	Liczba dni	WIBOR	Płatność wg stopy zmiennej	Płatność wg stopy stałej	Klient X Wpływy netto
15-sty-00	-	10,400%	-	-	-
15-lip-00	182	10,600%	525 778	534 532	-8 754
15-sty-01	184	9,100%	541 778	540 405	1 372
15-lip-01	181	8,100%	457 528	531 595	-74 067
15-sty-02	184	7,600%	414 000	540 405	-126 405
15-lip-02	181	9,100%	382 111	531 595	-149 483
15-sty-03	184	10,100%	465 111	540 405	-75 294
15-lip-03	181	10,500%	507 806	531 595	-23 789
15-sty-04	184	10,600%	536 667	540 405	-3 739
15-lip-04	182	8,400%	535 889	534 532	1 357
15-sty-05	184	10,200%	429 333	540 405	-111 072
			4 796 000	5 365 874	-569 874

Data rozliczenia	Liczba dni	WIBOR	Płatność wg stopy stałej	Płatność wg stopy zmiennej	Klient Y Wpływy netto
15-sty-00	-	10,400%	-	-	-
15-lip-00	182	10,600%	532 537	525 778	6 759
15-sty-01	184	9,100%	538 389	541 778	-3 389
15-lip-01	181	8,100%	529 611	457 528	72 083
15-sty-02	184	7,600%	538 389	414 000	124 389
15-lip-02	181	9,100%	529 611	382 111	147 500
15-sty-03	184	10,100%	538 389	465 111	73 278
15-lip-03	181	10,500%	529 611	507 806	21 805
15-sty-04	184	10,600%	538 389	536 667	1 722
15-lip-04	182	8,400%	532 537	535 889	-3 352
15-sty-05	184	10,200%	538 389	429 333	109 056
			5 345 852	4 796 000	549 852

Ad 3.

Wpływy i wydatki dealera:

Data rozliczenia	Wpływy	Wydatki	Wpływy netto
15-sty-00	-	-	-
15-lip-00	534 532	532 537	1 995
15-sty-01	540 405	538 389	2 016
15-lip-01	531 595	529 611	1 984
15-sty-02	540 405	538 389	2 016
15-lip-02	531 595	529 611	1 984
15-sty-03	540 405	538 389	2 016
15-lip-03	531 595	529 611	1 984
15-sty-04	540 405	538 389	2 016
15-lip-04	534 532	532 537	1 995
15-sty-05	540 405	538 389	2 016
5 365 874		5 345 852	20 022

Gdyby stała stopa była rozliczana w konwencji 90/360, stała prowizja dealera w każdym terminie rozliczenia wynosiłaby:

$$(10,72\% - 10,68\%) * 180/360 * 10\,000\,000 = 2\,000.$$

Cena i wartość

Cena umowy swap

Ustalanie początkowej ceny dla umowy swap jest pojęciem różnym od wyceny wartości (MTM) umowy swap w trakcie obowiązywania umowy. Ustalanie ceny „waniliowej” konstrukcji IRS polega na wyznaczeniu „racjonalnego” poziomu **stałej stopy** procentowej umowy swap. Przyjęte zwyczajowo traktowanie stopy stałej jakby była zapłatą za stopę zmienną („toward”) oznacza, że ceną umowy swap jest stopa stała. Sposób ustalania stałej stopy zapewnia, że wartość umowy swap (MTM) jest **początkowo** równa zeru.

Oczywiście w przypadku „pozawaniliowych” umów swapowych ceną może być np. początkowa płatność („up-front fee”) bądź liczba punktów bazowych powiększająca bądź zmniejszająca jedną ze stóp procentowych.

IRS ze stopą LIBOR

Zacznijmy rozważania od najbardziej typowej transakcji najczęściej występującej na świecie. Najczęściej zawieraną transakcją swapową na świecie jest „waniliowy” IRS ze stopą LIBOR. Ustalenie ceny polega na wyznaczeniu stałej stopy swapowej.

Stać stopa umowy swap musi być ustalona na takim poziomie, aby w momencie zawierania umowy suma zaktualizowanych płatności odsetek według stóp forward była równa sumie zaktualizowanych płatności odsetek według stałej stopy swap skorygowanej (ewentualnie) o początkową płatność. Stopami aktualizacji (dyskontowymi) są stopy spot.

Przy założeniu, że odsetki według zmiennej stopy są liczone w konwencji a/360, a odsetki według stałej stopy są liczone w konwencji a/365, warunek równych korzyści stron w momencie zawierania umowy swap jest następujący:

$$(3) \quad \sum_{t=1}^T \frac{{}_t f_{t-1} \frac{d_t - d_{t-1}}{360} K_t}{1 + z_t \frac{d_t}{360}} = \sum_{t=1}^T \frac{s_T \frac{d_t - d_{t-1}}{365} K_t}{1 + z_t \frac{d_t}{360}}$$

gdzie:

${}_t f_{t-1}$ - stopa forward w skali rocznej,

d_t - liczba dni do momentu t ,

K_t - kapitał w okresie t ,

s_T - stała stopa umowy swap,

z_t - stopa spot w skali rocznej (stopa dyskontowa),

t – moment kalkulacji odsetek ($t=1,2,\dots,T$), okres umowy swap jest równy T .

Stać stopę umowy swap możemy policzyć na podstawie wzoru:

$$(4) \quad s_T = \frac{\sum_{t=1}^T \frac{{}_t f_{t-1} \frac{d_t - d_{t-1}}{360}}{1 + z_t \frac{d_t}{360}} K_t}{\sum_{t=1}^T \frac{365}{1 + z_t \frac{d_t}{360}} K_t}$$

Jeśli kwota hipotetycznego kapitału jest stała w każdym podokresie, stała stopa swap jest wyznaczana na podstawie wzoru:

$$(5) \quad s_T = \frac{\sum_{t=1}^T \frac{{}_t f_{t-1} \frac{d_t - d_{t-1}}{360}}{1 + z_t \frac{d_t}{360}}}{\sum_{t=1}^T \frac{365}{1 + z_t \frac{d_t}{360}}}$$

bądź

$$(6) \quad s_T = \frac{1 - \frac{1}{1 + z_T \frac{d_T}{360}}}{\sum_{t=1}^T \frac{365}{1 + z_t \frac{d_t}{360}} \frac{d_t - d_{t-1}}{360}}$$

Rynkowe stopy forward

Stopy forward wykorzystywane do wyznaczenia stałej stopy umowy swap muszą dotyczyć określonej stopy zmiennej. W przypadku transakcji swap zamieniającej stałą stopę na zmienną stopę LIBOR, racjonalny poziom stałej stopy jest wyznaczany na podstawie stóp forward dla LIBOR. Stopy te tworzą krzywą stóp forward dla LIBOR (ang. *LIBOR forward curve*). W szczególnych sytuacjach (por. przedostatnią formułę) stopy forward nie są bezpośrednio niezbędne do wyznaczenia stałej stopy swap np. nie wystąpią wprost w formule na wyznaczenie stałej stopy swapowej. Są jednak absolutnie niezbędne do wyznaczenia stóp spot. Zwróćmy uwagę, że publikowane stopy LIBOR dla depozytów dotyczą terminów do jednego roku. Krzywa implikowanych stóp spot dla LIBOR z terminami powyżej roku do dziesięciu lat może być wyznaczona wyłącznie na podstawie stóp dla eurodolarowych kontraktów futures.

Stać stopa umowy swap musi być ustalana w pierwszej kolejności na podstawie rynkowych stóp forward. Rynkowe stopy procentowe forward występują na rynku pozagiełdowych transakcji FRA bądź giełdowych kontraktów futures. Jeśli istnieje rynek forward bądź futures, to w pierwszej kolejności (ze względu na możliwość szybkiego arbitrażu) rynkowe stopy forward, są wykorzystywane do wyznaczenia stałej stopy umowy

swap. Umowę swap można zastąpić serią kontraktów FRA bądź serią kontraktów futures (strip). Występowanie rynku FRA bądź futures stwarza możliwości arbitrażowe.

Gdyby stopa umowy swap była wyższa niż stopa wyznaczona na podstawie serii stóp FRA, arbitrażyści “sprzedawaliby” swap po wyższej stałej stopie i “kupowaliby” serię kontraktów FRA po niższej stopie. Gdyby stopa umowy swap była wyższa niż stopa wyznaczona na podstawie serii stóp eurodolarowych kontraktów futures, arbitrażyści “sprzedawaliby” swap po wyższej stałej stopie i równocześnie “sprzedawaliby” serię kontraktów futures po niższej stopie.

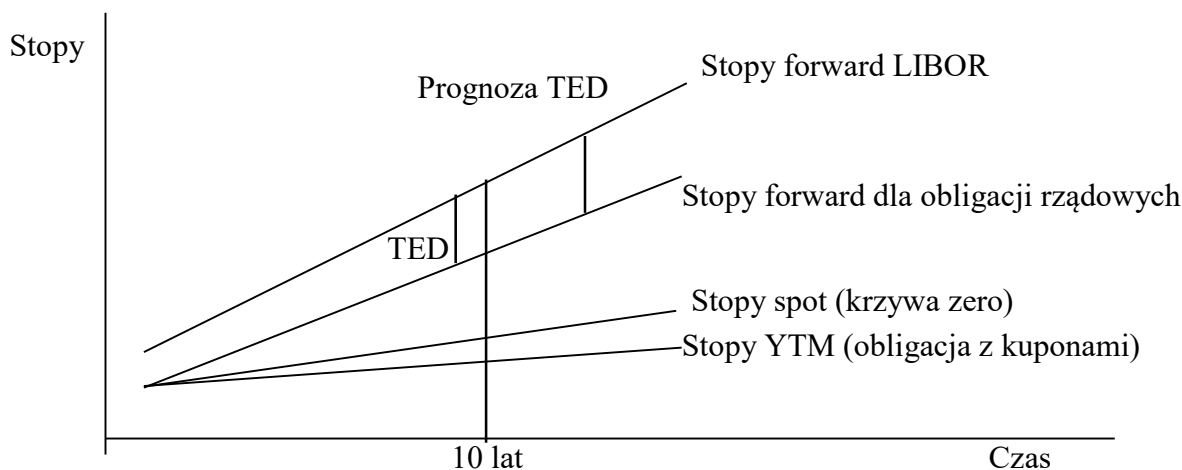
Zatem stała stopa umowy swap ze zmienną stopą LIBOR jest wyznaczana na podstawie:

- stóp forward występujących na rynku procentowego kontraktu forward (FRA), gdy okres umowy swap nie przekracza dwóch lat,
- stóp forward wynikających z kontraktów na rynku eurodolarowych kontraktów futures, gdy okres umowy swap przekracza dwa lata i równocześnie nie przekracza dziesięciu lat.

Szacunkowe stopy forward

Jeśli transakcja swap ma termin powyżej 10 lat pojawia się problem. Nie ma bowiem rynkowych stóp forward dla okresów powyżej 10 lat. Wówczas stopy forward LIBOR można jedynie oszacować. Warto podkreślić, że sytuacja ta występuje w krajach o najwyższym stopniu rozwoju rynku kapitałowego i rynku instrumentów pochodnych.³

Stopy forward dla danego instrumentu finansowego są szacowane poprzez dodanie prognozowanej różnicy TED do implikowanych stóp forward dla obligacji rządowych. Metoda może być oczywiście stosowana, gdy występuje rynek obligacji rządowych z odpowiednio odległymi terminami wykupu.



Rys. 2. Stopy forward LIBOR a stopy forward dla obligacji rządowych

Źródło: Opracowanie własne na podstawie: K.C. Brown, D.J. Smith, op.cit., s. 73.

³ Sytuacja ta występuje również w Polsce, gdzie nie ma procentowych kontraktów futures na stopę WIBOR. Zatem w Polsce stopy forward WIBOR dla okresów powyżej roku mogą być wyłącznie szacowane przy wykorzystaniu opisanej procedury.

Zatem jeśli okres umowy swap przekracza 10 lat, stopy forward LIBOR z terminami powyżej 10 lat zostaną oszacowane poprzez dodanie prognozowanej różnicy TED⁴ do implikowanych stóp forward dla obligacji rządowych. Różnica pomiędzy stopą forward dla LIBOR, a stopą forward dla obligacji rządowych jest nazywana TED. Różnice pomiędzy stopami forward dla LIBOR a implikowanymi stopami forward dla obligacji rządowych dla terminów do 10 lat można łatwo policzyć. Stanowią one podstawę prognozowanych różnic TED na okresy powyżej 10 lat. Prognozowane (mniej dokładne) stopy forward dla bardziej odległych terminów mają mniejszy wpływ na ostateczne ustalenie poziomu stałej stopy umowy swap niż uwzględniane rynkowe stopy forward dla terminów do 10 lat. Podstawowymi argumentami za wykorzystaniem w tej procedurze stóp forward dla obligacji rządowych jest wielkość tego rynku, płynność oraz bardzo odległe terminy. Implikowane stopy forward dla obligacji są wyznaczone na podstawie implikowanych stóp spot dla obligacji. Implikowane stopy spot dla obligacji są wyznaczone na podstawie stóp obligacji zerokuponowych bądź stóp zwrotu (YTM) z zastosowaniem procedury nazywanej w języku angielskim „bootstrapping”.

Stopy spot

Stopy spot (stopy dyskontowe we wzorach na cenę umowy swap) są wyznaczone jako implikowane stopy spot na podstawie stóp forward dla odpowiednich terminów.

⁴ TED (Treasury/EuroDollar spread) - formalnie jest to cena futures obligacji rządowych (Treasury bill) minus cena futures eurodolarów (Eurodollar) z tymi samymi terminami wygaśnięcia.

Przykład 2. Ustalanie ceny umowy swap na podstawie trzymiesięcznych stóp FRA

Dane są stopy LIBOR i FRA oraz liczba dni w odpowiednich kwartałach:

FRA	stopy	dni (p_i)
LIBOR	5,25%	92
3 x 6	4,95%	89
6 x 9	4,86%	92
9 x 12	4,88%	92
12 x 15	5,09%	92
15 x 18	5,05%	90
18 x 21	5,07%	92
21 x 24	5,13%	92

Stała kwota kapitału wynosi 100 mln zł.

Polecenia:

- Wyznaczyć stałą stopę dla swapu 2-letniego na podstawie stóp FRA przyjmując, że odsetki wg stałej stopy będą obliczane
 - w konwencji 30/360
 - w konwencji a/365
 - w konwencji a/360
 Ile wynosi stała stopa dla rocznej umowy swap ?
- Wyznaczyć sumę odsetek i zwrotu kapitału zaktualizowanych wg stóp spot przy założeniu, że odsetki są liczone
 - wg stóp forward
 - wg stałej stopy swap w konwencji 30/360
 - wg stałej stopy swap w konwencji a/365
 - wg stałej stopy swap w konwencji a/360
- Wyznaczyć wewnętrzną stopę zwrotu dla strumieni pieniężnych wg stóp forward.
- Ile powinna wynieść początkowa płatność, gdyby w dwuletniej umowie swap uzgodniono stałą stopę 6,00% w konwencji a/365 ?

Rozwiązanie

Ad 1.

	K_t	$p_t = d_t - d_{t-1}$	f_{t-1}	$1 + f_{t-1} \frac{d_t - d_{t-1}}{360}$	k_t	a_t	$\sum_{t=1}^T f_{t-1} \frac{d_t - d_{t-1}}{360} K_t a_t$
LIBOR	100	92	5,25%	101,34%	101,34%	98,68%	1,3
3 x 6	100	89	4,95%	101,22%	102,58%	97,48%	2,5
6 x 9	100	92	4,86%	101,24%	103,85%	96,29%	3,7
9 x 12	100	92	4,88%	101,25%	105,15%	95,10%	4,9
12 x 15	100	92	5,09%	101,30%	106,52%	93,88%	6,1
15 x 18	100	90	5,05%	101,26%	107,86%	92,71%	7,3
18 x 21	100	92	5,07%	101,29%	109,26%	91,52%	8,5
21 x 24	100	92	5,13%	101,31%	110,69%	90,34%	9,7

	$\sum_{t=1}^T \frac{1}{4} K_t a_t$	$s_{30/360}$	$\sum_{t=1}^T \frac{d_t - d_{t-1}}{365} K_t a_t$	$s_{a/365}$	$\sum_{t=1}^T \frac{d_t - d_{t-1}}{360} K_t a_t$	$s_{a/360}$
LIBOR	24,7	5,3667%	24,9	5,3229%	25,2	5,2500%
3 x 6	49,0	5,1303%	48,6	5,1723%	49,3	5,1014%
6 x 9	73,1	5,0768%	72,9	5,0908%	73,9	5,0211%
9 x 12	96,9	5,0557%	96,9	5,0559%	98,2	4,9867%
12 x 15	120,4	5,0842%	120,5	5,0763%	122,2	5,0067%
15 x 18	143,5	5,0792%	143,4	5,0837%	145,4	5,0141%
18 x 21	166,4	5,0930%	166,5	5,0912%	168,8	5,0215%
21 x 24	189,0	5,1112%	189,2	5,1046%	191,9	5,0346%

Dla dwuletniej umowy swap stała stopa liczona w konwencji 30/360 wynosi 5,1112%, liczona w konwencji a/365 wynosi 5,1046%, a liczona w konwencji a/360 wynosi 5,0346%. Dla rocznej umowy swap stała stopa liczona w konwencji 30/360 wynosi 5,0557%, liczona w konwencji a/365 wynosi 5,0559%, a liczona w konwencji a/360 wynosi 4,9867%. Są to stopy przeciętne (midpoint) dla rozpiętości bid-ask.

Ad 2.

Suma strumieni odsetek liczonych wg stóp forward i zwrotu kapitału zaktualizowana wg stóp spot jest równa początkowej wartości kapitału.

termin	${}_t f_{t-1}$	$p_t/360$	strum.	a_t	str. zakt.
3	5,25%	0,2556	1,34%	0,9868	1,32%
6	4,95%	0,2472	1,22%	0,9748	1,19%
9	4,86%	0,2556	1,24%	0,9629	1,20%
12	4,88%	0,2556	1,25%	0,9510	1,19%
15	5,09%	0,2556	1,30%	0,9388	1,22%
18	5,05%	0,2500	1,26%	0,9271	1,17%
21	5,07%	0,2556	1,29%	0,9152	1,19%
24	5,13%	0,2556	101,31%	0,9034	91,52%
					100,00%

Suma strumieni odsetek liczonych wg stałej stopy swap (30/360) i zwrotu kapitału zaktualizowana wg stóp spot jest równa początkowej wartości kapitału.

termin	$s_{30/360}$	90/360	strum.	a_t	str. zakt.
3	5,11%	0,2500	1,28%	0,9868	1,26%
6	5,11%	0,2500	1,28%	0,9748	1,25%
9	5,11%	0,2500	1,28%	0,9629	1,23%
12	5,11%	0,2500	1,28%	0,9510	1,22%
15	5,11%	0,2500	1,28%	0,9388	1,20%
18	5,11%	0,2500	1,28%	0,9271	1,18%
21	5,11%	0,2500	1,28%	0,9152	1,17%
24	5,11%	0,2500	101,28%	0,9034	91,49%
$\Sigma =$					100,00%

Suma strumieni odsetek liczonych wg stałej stopy swap (a/365) i zwrotu kapitału zaktualizowana wg stóp spot jest równa początkowej wartości kapitału.

termin	$s_{a/365}$	$p_t/365$	strum.	a_t	str. zakt.
3	5,10%	0,2521	1,29%	0,9868	1,27%
6	5,10%	0,2438	1,24%	0,9748	1,21%
9	5,10%	0,2521	1,29%	0,9629	1,24%
12	5,10%	0,2521	1,29%	0,9510	1,22%
15	5,10%	0,2521	1,29%	0,9388	1,21%
18	5,10%	0,2466	1,26%	0,9271	1,17%
21	5,10%	0,2521	1,29%	0,9152	1,18%
24	5,10%	0,2521	101,29%	0,9034	91,50%
$\Sigma =$					100,00%

Suma strumieni odsetek liczonych wg stałej stopy swap (a/360) i zwrotu kapitału zaktualizowana wg stóp spot jest równa początkowej wartości kapitału.

termin	$s_{a/360}$	$p_t/360$	strum.	a_t	str. zakt.
3	5,03%	0,2556	1,29%	0,9868	1,27%
6	5,03%	0,2472	1,24%	0,9748	1,21%
9	5,03%	0,2556	1,29%	0,9629	1,24%
12	5,03%	0,2556	1,29%	0,9510	1,22%
15	5,03%	0,2556	1,29%	0,9388	1,21%
18	5,03%	0,2500	1,26%	0,9271	1,17%
21	5,03%	0,2556	1,29%	0,9152	1,18%
24	5,03%	0,2556	101,29%	0,9034	91,50%
$\Sigma =$					100,00%

Ad 3.

Poniżej zostały przedstawione dwa sposoby wyznaczenia wewnętrznej stopy zwrotu. W tablicy z lewej strony wykorzystano wprost stopy FRA. W tablicy z prawej strony stopy FRA są pomnożone przez odpowiednie ułamki roku.

termin	f_{t-1}	termin	$f_{t-1} * p_t/360$
0	-100,00%	0	-100,00%
3	5,25%	3	1,34%
6	4,95%	6	1,22%
9	4,86%	9	1,24%
12	4,88%	12	1,25%
15	5,09%	15	1,30%
18	5,05%	18	1,26%
21	5,07%	21	1,29%
24	105,13%	24	101,31%
IRR = 5,03%		IRR * 4 = 5,11%	
SFR _{a/360} 5,03%		SFR _{30/360} 5,11%	
różnica -0,0011%		różnica 0,00003%	

Otrzymane wewnętrzne stopy zwrotu są zbliżone do wcześniej wyznaczonych stałych stóp swap (nie są dokładnie równe żadnej z nich!).

Ad 4.

Suma strumieni odsetek liczonych wg stóp forward zaktualizowana wg stóp spot:

termin	f_{t-1}	$p_t/360$	strum.	a_t	str. zakt.
3,00	5,25%	0,2556	1,34%	0,9868	1,32%
6,00	4,95%	0,2472	1,22%	0,9748	1,19%
9,00	4,86%	0,2556	1,24%	0,9629	1,20%
12,00	4,88%	0,2556	1,25%	0,9510	1,19%
15,00	5,09%	0,2556	1,30%	0,9388	1,22%
18,00	5,05%	0,2500	1,26%	0,9271	1,17%
21,00	5,07%	0,2556	1,29%	0,9152	1,19%
24,00	5,13%	0,2556	1,31%	0,9034	1,18%
$\Sigma =$					9,66%

Suma strumieni odsetek liczonych wg stałej stopy zaktualizowana wg stóp spot:

termin	s_T	$p_t/365$	strum.	a_t	str. zakt.
3,00	6,00%	0,2521	1,51%	0,9868	1,49%
6,00	6,00%	0,2438	1,46%	0,9748	1,43%
9,00	6,00%	0,2521	1,51%	0,9629	1,46%
12,00	6,00%	0,2521	1,51%	0,9510	1,44%
15,00	6,00%	0,2521	1,51%	0,9388	1,42%
18,00	6,00%	0,2466	1,48%	0,9271	1,37%
21,00	6,00%	0,2521	1,51%	0,9152	1,38%
24,00	6,00%	0,2521	1,51%	0,9034	1,37%
$\Sigma =$					11,35%

Wstępną płatność 1,69% wartości hipotetycznej kwoty kapitału otrzymuje płacący uzgodnioną stałą stopę.

Wstępną płatność można wyznaczyć również jako sumę różnic pomiędzy uzgodnioną stopą swap 6,00% a stopą 5,10% zaktualizowanych wg stóp spot.

termin	$s_T - s_{a/365}$	$p_t/365$	strum.	a_t	str. zakt.
3,00	0,90%	0,2521	0,23%	0,9868	0,22%
6,00	0,90%	0,2438	0,22%	0,9748	0,21%
9,00	0,90%	0,2521	0,23%	0,9629	0,22%
12,00	0,90%	0,2521	0,23%	0,9510	0,21%
15,00	0,90%	0,2521	0,23%	0,9388	0,21%
18,00	0,90%	0,2466	0,22%	0,9271	0,20%
21,00	0,90%	0,2521	0,23%	0,9152	0,21%
24,00	0,90%	0,2521	0,23%	0,9034	0,20%
$\Sigma =$					1,69%

IRS ze stopą WIBOR

W przypadku transakcji swap zamieniającej stałą stopę na zmienną stopę WIBOR, racjonalny poziom stałej stopy powinien być wyznaczony na podstawie krzywej stóp forward dla WIBOR. W Polsce odsetki dla depozytów międzybankowych są liczone według konwencji a/365. Zatem stała stopa IRS może być wyznaczona na podstawie wzoru:

$$(7) \quad s_T = \frac{1 - \frac{1}{1 + z_T \frac{d_T}{365}}}{\sum_{t=1}^T \frac{\frac{d_t - d_{t-1}}{365}}{1 + z_t \frac{d_t}{365}}}$$

*Wycena w dowolnym terminie***Przykład 3. Cena i wartość swap**

Rozważmy swap z terminem 1 roku i płatnościami co pół roku.

Obecna struktura stóp WIBOR jest następująca:

Dni	182	365
WIBOR	4,50%	4,60%

Po 153 dniach struktura stóp WIBOR jest następująca:

Dni	29	210
WIBOR	5,00%	4,78%

Kapitał hipotetyczny wynosi 100 000 mln zł.

1. Wyznaczyć stałą stopę swap w momencie zawarcia umowy.
2. Wyznaczyć wartość pozycji po 153 dniach dla kupującego swap.

Rozwiązanie

(a)

$$s_T = \frac{1 - \frac{1}{1 + z_T \frac{d_T}{365}}}{\sum_{t=1}^T \frac{\frac{d_t - d_{t-1}}{365}}{1 + z_t \frac{d_t}{365}}} = 4,55\%$$

d_t	182	365	
z_t	4,50%	4,60%	
$1/(1+z_t d_t/365)$	0,9781	0,9560	
$d_t - d_{t-1}$	182	183	
$(d_t - d_{t-1})/365$	0,4986	0,5014	Σ
$(d_t - d_{t-1})/365/(1+z_t d_t/365)$	0,4877	0,4793	0,9670

(b)

$$MTM_t = \frac{{}_1f_0 \frac{d_t - d_0}{365} + 1}{1 + z_1 \frac{d_t}{365}} - \sum_{t=1}^T \frac{s_T \frac{d_t - d_{t-1}}{365}}{1 + z_t \frac{d_t}{365}} - \frac{1}{1 + z_T \frac{d_T}{365}}$$

Wartość dzisiejsza płatności według stopy zmiennej

Liczba dni	182
Stopa zmienna (w ostatnim terminien	4,50%
Strumienie odsetek	1,0224
Liczba dni	29
Stopa spot	5,00%
Współczynnik dyskontowy	0,996
Strumienie zdyskontowane	1,0184

Wartość dzisiejsza strumieni według stopy stałej

Liczba dni	182	181	
Stopa swapowa	4,55%	4,55%	
Strumienie pieniężne	0,0227	1,0226	
Liczba dni	29	210	
Stopa spot	5,00%	4,78%	
Współczynnik dyskontowy	0,9960	0,9732	Σ
Strumienie zdyskontowane	0,0226	0,9952	1,0178

Różnica 0,0006 x 100 000 = 61

Zarządzanie

Zarządzanie bilansową luką duration

Jeśli znana jest pożądana luka duration oraz znany jest duration dla umowy swap można ustalić wartość hipotetycznego kapitału w umowie swap. W tym celu można wykorzystać prostą zależność⁵:

$$(8) \quad L_B A + D_S K = L_P (A+K)$$

gdzie:

L_B – bilansowa luka duration,

A – aktywa,

D_S - duration dla umowy swap,

K – hipotetyczny kapitał w umowie swap,

L_P – pożądana luka duration.

Rozwiązując powyższe równanie otrzymujemy:

$$(9) \quad K = \frac{A(L_B - L_P)}{L_P - D_S}$$

Aby osiągnąć lukę pożądaną większą niż aktualna luka bilansowa, inwestor musi otrzymywać odsetki według stopy stałej i płacić odsetki według stopy zmiennej. Duration umowy swap będzie wówczas dodatni. Ponadto, duration dla umowy swap musi być większy niż pożądana luka. Warunek ten musi być spełniony, aby na podstawie powyższego równania otrzymać dodatnią wartość K . Jeśli warunek ten nie jest spełniony, należy wydłużyć okres umowy swap.

Aby osiągnąć lukę pożądaną mniejszą niż aktualna luka bilansowa, inwestor musi płacić odsetki według stopy stałej i otrzymywać odsetki według stopy zmiennej. Duration umowy swap będzie wówczas ujemny. Ponadto, duration dla umowy swap musi być mniejszy niż pożądana luka. Warunek ten musi być spełniony, aby na podstawie powyższego równania otrzymać dodatnią wartość K . Jeśli warunek ten nie jest spełniony, należy wydłużyć okres umowy swap. Ujemna wartość duration dla umowy swap będzie wówczas jeszcze mniejsza.

⁵ Podane wzory stanowią propozycję własną autora pracy.

Przykład 4. Zarządzanie luką bilansową

Dany jest bilans:

aktywa	mln zł	duration	pasywa	mln zł	duration
Grupa I	100	0,00	Grupa I	600	1,00
Grupa II	200	2,00	Grupa II	100	2,00
Grupa III	100	3,00	Grupa III	100	3,00
Grupa IV	100	1,20	Grupa IV	100	4,00
Grupa V	500	2,00	Kapitał	100	0,00
Ogółem	1000	1,82	Ogółem	1000	1,50

Polecenia:

- Ile wynosi luka duration? Jaka jest ekspozycja na ryzyko stopy procentowej. O ile zmieni się wartość rynkowa kapitału pod wpływem wzrostu stóp procentowych o 3 punkty procentowe.
- Jaka powinna być wartość hipotetycznego kapitału, aby wyzerować lukę duration, jeśli duration dla rozważanej transakcji swap wynosi -1,5154 lat.
- Jaka powinna być wartość hipotetycznego kapitału, aby pożądana luka duration wyniosła -0,10 lat. Przedstaw bilans po zawarciu transakcji swap.

Rozwiązanie

Ad 1.

Luka duration wynosi: $1,82 - 1,50 = 0,32$.

Dodatnia luka duration oznacza zagrożenie zmniejszenia rynkowej wartości kapitału w przypadku wzrostu stóp procentowych.

Wzrost stóp procentowych o 3 punkty procentowe spowoduje spadek rynkowej wartości kapitału w przybliżeniu o $0,32 * 3\% * 1000 = 10$ mln zł.

Ad 2.

W celu osiągnięcia pożądanej luki duration bank powinien płacić stałą stopę (kupić swap bądź FRA). Kwota kapitału swap (FRA) powinna wynieść 211 mln zł.

Bilans po zastosowaniu swap (FRA)

Aktywa	1 000	1,8200	Pasywa	1 000	1,5000
Swap	211	0,2500	Swap	211	1,7654
Ogółem	1 211	1,5463	Ogółem	1 211	1,5463

Ad 3.

W celu osiągnięcia pożądanej luki duration bank powinien płacić stałą stopę (kupić swap bądź FRA). Kwota kapitału swap (FRA) powinna wynieść 297 mln zł.

Bilans po zastosowaniu swap (FRA)

Aktywa	1 000	1,8200	Pasywa	1 000	1,5000
Swap	297	0,2500	Swap	297	1,7654
Ogółem	1 297	1,4607	Ogółem	1 297	1,5607

Inwestor może dążyć do określonej ekspozycji na ryzyko przez najbliższy rok lub dwa, oraz całkowitego uodpornienia się na ryzyko stopy procentowej w ciągu następnych kilku lat. W takiej sytuacji można wykorzystać tzw. **odroczonego swap** (ang. *forward swap*, *deferred start swap*). Istota takiej transakcji polega na tym, że np. w pierwszych dwóch latach nie są dokonywane żadne przepływy strumieni pieniężnych. Zamiana strumieni pieniężnych rozpoczyna się np. w trzecim roku. Stała stopa w przypadku umowy swap z odroczonego

terminem różni się od stałej stopy dla standardowej umowy swap. Pożądana luka duration dla pierwszego okresu może być inna niż dla okresu dokonywania zamiany strumieni pieniężnych. Kwota kapitału w przypadku forward swap jest wyznaczana na podstawie luki bilansowej i pożądanej luki duration na moment odroczenia zamiany strumieni pieniężnych.

1.2 Procentowe forward i futures

1.2.1 FRA

Chartakterystyka

Umowa na stopę procentową forward FRA (ang. *forward-rate agreement*) jest to jakby "mini-swap". W umowie występuje jeden termin referencyjny i jeden termin rozliczenia. FRA jest umową, w której kupujący zobowiązuje się do zapłacenia odsetek według ustalonego w dniu zawarcia umowy poziomu stałej stopy (ang. *forward rate*), a sprzedający zobowiązuje się do dokonania płatności odsetek według zmiennej stopy procentowej w określonym przyszłym terminie. W umowie jest określony przyszły okres do obliczenia odsetek i oczywiście kwota hipotetycznego kapitału. Poziom zmiennej stopy procentowej jest znany dopiero w uzgodnionym przyszłym terminie referencyjnym. Wynegocjowany przez strony poziom stałej stopy procentowej forward jest ustalony w momencie zawarcia umowy.

W umowie musi być określony rodzaj stopy procentowej. Zmienną stopą może być dowolnie wybrana stopa procentowa np. depozytów międzybankowych (np. LIBOR⁶, EURIBOR, WIBOR), bonów skarbowych, obligacji, certyfikatów depozytowych.

Strona zobowiązująca się do płatności na podstawie stałej stopy jest nazywana **kupującym**, zajmującym **pozycję długą**. Strona zobowiązująca się do płatności na podstawie zmiennej stopy jest nazywana **sprzedającym**, zajmującym **pozycję krótką**. Stosowanie tych nazw wynika z traktowania zmiennej stopy jakby była ona przedmiotem handlu („towarem”) oraz traktowania stopy stałej jakby była zapłatą. W momencie zawierania wartość umowy wynosi zero. Kupujący „kupuje”, a sprzedający „sprzedaje” coś co nie ma żadnej wartości. Bezpośrednio po zawarciu umowy transakcja dla jednej strony zaczyna przynosić korzyść, dla drugiej stratę. W każdym momencie ważności umowy można wyznaczyć tzw. wartość umowy (wartość MTM).

Kontrakty FRA są oznaczane w prosty sposób np. 12 x 15 FRA oznacza, że odsetki płacone przez sprzedającego będą obliczane według poziomu zmiennej stopy po upływie 12 miesięcy za okres kolejnych 3 miesięcy. Odsetki płacone przez kupującego są obliczane według stałej stopy określonej w umowie. Po upływie 12 miesięcy będą znane należności i zobowiązania stron umowy. Odsetki netto będą obliczone jako różnica odsetek obliczonych według poziomu zmiennej stopy i odsetek obliczonych według poziomu stałej stopy za okres rozpoczynający się dokładnie za 12 miesięcy i kończący dokładnie po 15 miesiącach. Rzeczywisty poziom zmiennej stopy spot w przyszłym terminie (za 12 miesięcy) jest zwykle różny od uzgodnionej w umowie stałej stopy. Jedna ze stron będzie miała zatem należność netto, druga strona będzie miała zobowiązanie netto. Odsetki są obliczane na moment po

⁶ Stopa LIBOR (London Interbank Offer Rate) jest stopą procentową dla depozytów na rynku międzybankowym w Londynie. Jest to średnia stopa oferowana przez cztery banki: Bankers Trust, Bank of Tokyo, Barclays i National Westminster. Stopa EURIBOR jest średnią stopą oferowaną przez 57 największych banków w strefie Euro publikowaną przez Federation Bancaire de L'Union Europeene (FBE) w Brukseli.

upływie 15 miesięcy (3 miesiące później od momentu powstania należności) i przy płatności z góry są dyskontowane. Rozliczenie FRA jest zwyczajowo dokonywane z góry (po 12 miesiącach) bezpośrednio po terminie ujawnienia się poziomu zmiennej stopy, czasami jest dokonywane z dołu (po 15 miesiącach). Jeśli płatność jest dokonywana z góry, to obliczona kwota płatności odsetek netto z dołu jest dyskontowana według poziomu stopy zmiennej, jaka kształtuje się po 12 miesiącach. W przypadku umów FRA stosowane jest wyłącznie pieniężne rozliczenie.

Kontrakt forward jest w momencie zawierania grą o sumie zerowej, pod warunkiem prawidłowego ustalenia poziomu stałej stopy. Racjonalny poziom stałej stopy może być ustalony:

- na podstawie stóp procentowych na rynku procentowych kontraktów futures (odpowiedni rynek musi funkcjonować np. USA),
- na podstawie stóp procentowych dla instrumentu pierwotnego (np. Polska).

W tym drugim przypadku dokonujemy kalkulacji implikowanych stóp forward na podstawie stóp spot. Racjonalny poziom stałej stopy procentowej powinien być równy implikowanej trzymiesięcznej **stopie procentowej forward** dla okresu od końca 12 miesiąca do końca 15 miesiąca. Określenie „trzymiesięczna” stopa wynika z ustalonego okresu dla obliczenia odsetek. Stopy procentowe na rynku kontraktów futures są zbliżone do implikowanych stóp forward.

Notowania dealera FRA jako stałe stopy kupna (bid) i sprzedaży (offer). Dealer podaje, że może płacić stałą stopę bid bądź otrzymać stałą stopę offer.

Przykład 5. FRA

Aktualne notowania FRA są następujące:

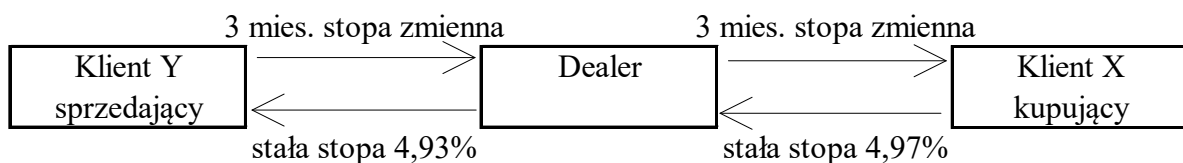
okres	zakup (bid)	sprzedaż (offer)
3 x 6	4,93%	4,97%
6 x 9	4,84%	4,88%
9 x 12	4,86%	4,90%
12 x 15	5,07%	5,11%
15 x 18	5,03%	5,07%
18 x 21	5,05%	5,09%
21 x 24	5,11%	5,15%

Polecenia:

1. Narysować diagram dla transakcji 3 x 6 FRA oraz zaznaczyć stopy procentowe.
2. Jakie będzie wyglądało rozliczenie z klientem Y, od którego dealer kupuje 3 x 6 FRA
Kapitał wynosi 1 000 000, a poziom zmiennej stopy po 3 miesiącach wynosi 5,0%.
3. Jak wyglądałoby rozliczenie netto płatności z góry (po trzech miesiącach) ?

Rozwiązanie

Ad 1.



Ad 2.

Płatność po 6 miesiącach wyniesie $(5,00\% - \text{stała stopa } 4,93\%) / 4 * 1\,000\,000 = 185,2$.

Ad 3.

Płatność z góry jest wyznaczana jako zaktualizowana wartość wg stopy zmiennej.
 $185,2 / (1 + 5,00\% / 4) = 182,9$.

Cena i wartość

Wyznaczanie stóp FRA na podstawie stóp futures

Stałe stopy w kontraktach FRA (stopy forward) są zwykle wyznaczone na podstawie stóp dla eurodolarowych kontraktów futures. Pierwotnym źródłem informacji o stopach terminowych jest rynek eurodolarowych kontraktów futures. Stopy FRA byłyby wprost stopami eurodolarowych kontraktów futures, gdyby terminy umów FRA pokrywały się dokładnie z terminami wygaśnięcia kontraktów futures. Terminy wygaśnięcia futures i FRA nie pokrywają się. Niezbędna jest transformacja stóp futures na stopy FRA. Stopy kontraktów FRA są wyznaczone jako średnie ważone stóp futures, przy czym wagami są liczby dni przed i po terminie wygaśnięcia kontraktu futures podzielone przez liczbę dni dla kontraktu FRA⁷. W ten sam sposób dokonujemy transformacji stóp futures na stopy forward niezbędne do wyznaczenia stałej stopy w umowie swap. W poniższym przykładzie została przedstawiona procedura transformacji stóp futures na stopy oraz sposób wyznaczania sześciomiesięcznych stóp forward na podstawie trzymiesięcznych stóp forward.

Przykład 6. Ustalanie stóp forward na podstawie stóp futures

Dzisiejszy dzień: 20-11-98. Libor dla trzymiesięcznych depozytów wynosi 5,25%
Stopy eurodolarowych kontraktów futures wyznaczone na podstawie notowań giełdowych (CME) są następujące:

Termin	Stopa
gru-98	5,19%
mar-99	4,86%
cze-99	4,86%
wrz-99	4,89%
gru-99	5,16%
mar-00	5,02%
cze-00	5,09%
wrz-00	5,15%

Polecenia:

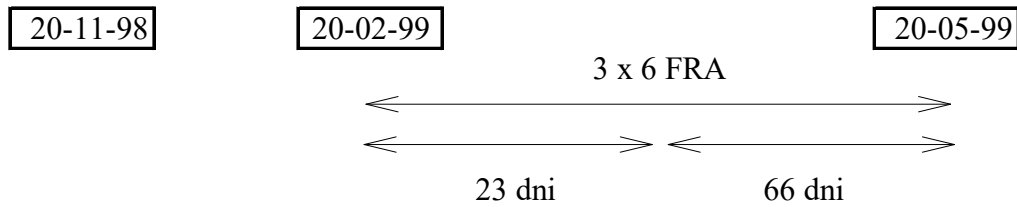
1. Wyznaczyć stopy procentowe dla serii kontraktów forward (FRA) 3 x 6, 6 x 9, 9 x 12, 12 x 15, 15 x 18, 18 x 21, 21 x 24 na podstawie stóp dla eurodolarowych kontraktów futures.
2. Wyznaczyć stopy procentowe dla serii kontraktów forward (FRA) 6 x 12, 12 x 18, 18 x 24 na podstawie stóp FRA wyznaczonych w poleceniu 1.

⁷ Por. K.C.Brown, D.J.Smith, *Interest Rate and Currency Swaps: A Tutorial*, The Research Foundation of The Institute of Chartered Financial Analysts, 1995.

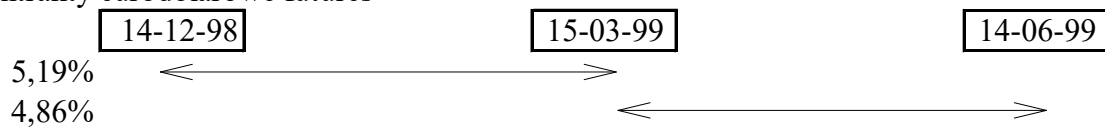
Rozwiązanie

Ad 1.

Stopa 3 x 6 FRA jest wyznaczana jako średnia ważona stóp grudniowego i marcowego kontraktu futures. Wagami są dni FRA przed i po terminie wygaśnięcia marcowego kontraktu futures.



Kontrakty eurodolarowe futures



Sposób wyznaczenia stóp FRA dla serii siedmiu kontraktów forward:

FRA	Sposób obliczenia
3 x 6	$(5,19\% * 23 \text{ dni} + 4,86\% * 66 \text{ dni}) : 89 \text{ dni} = 4,95\%$
6 x 9	$(4,86\% * 25 \text{ dni} + 4,86\% * 67 \text{ dni}) : 92 \text{ dni} = 4,86\%$
9 x 12	$(4,86\% * 24 \text{ dni} + 4,89\% * 68 \text{ dni}) : 92 \text{ dni} = 4,88\%$
12 x 15	$(4,89\% * 23 \text{ dni} + 5,16\% * 69 \text{ dni}) : 92 \text{ dni} = 5,09\%$
15 x 18	$(5,16\% * 22 \text{ dni} + 5,02\% * 68 \text{ dni}) : 90 \text{ dni} = 5,05\%$
18 x 21	$(5,02\% * 30 \text{ dni} + 5,09\% * 62 \text{ dni}) : 92 \text{ dni} = 5,07\%$
21 x 24	$(5,09\% * 29 \text{ dni} + 5,15\% * 63 \text{ dni}) : 92 \text{ dni} = 5,13\%$

Obliczenia można wykonać przy wykorzystaniu tablicy:

termin futures	stopa futures	termin FRA	termin futures	termin rozl. FRA	dni (p ₁)	dni (p ₂)	stopa forward
gru-98	5,19%	20-11-98	14-12-98	20-02-99	24	68	5,25%
mar-99	4,86%	20-02-99	15-03-99	20-05-99	23	66	4,95%
cze-99	4,86%	20-05-99	14-06-99	20-08-99	25	67	4,86%
wrz-99	4,89%	20-08-99	13-09-99	20-11-99	24	68	4,88%
gru-99	5,16%	20-11-99	13-12-99	20-02-00	23	69	5,09%
mar-00	5,02%	20-02-00	13-03-00	20-05-00	22	68	5,05%
cze-00	5,09%	20-05-00	19-06-00	20-08-00	30	62	5,07%
wrz-00	5,15%	20-08-00	18-09-00	20-11-00	29	63	5,13%

Ad 2.

FRA	Sposób obliczenia
6 x 12	$(1 + 4,86\% * 92/360) (1 + 4,88\% * 92/360) = (1 + \text{FRA } 6 \times 12 * 184/360)$ Stąd FRA 6x12 = 4,90%.
12 x 18	$(1 + 5,09\% * 92/360) (1 + 5,05\% * 90/360) = (1 + \text{FRA } 12 \times 18 * 182/360)$ Stąd FRA 12x18 = 5,10%.
18 x 24	$(1 + 5,07\% * 92/360) (1 + 5,13\% * 92/360) = (1 + \text{FRA } 18 \times 24 * 184/360)$ Stąd FRA 18x24 = 5,13%.

Przykład 7. Cena i wartość FRA

Dzisiejsza struktura terminowa stóp WIBOR:

92 -dniowy WIBOR	5,00%
181 -dniowy WIBOR	5,20%

Kapitał transakcji wynosi 100 000 zł.

1. Wyznaczyć stałą stopę FRA

2. Po 63 dniach stopy WIBOR są następujące:

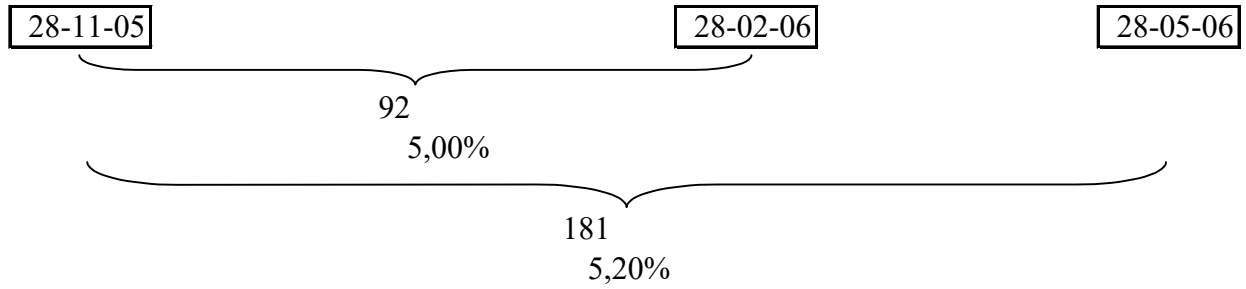
29 -dniowy WIBOR	5,00%
118 -dniowy WIBOR	4,84%

Wyznaczyć wartość rynkową FRA.

3. W dniu wygaśnięcia 89-dniowy WIBOR wynosi 4,00%. Obliczyć płatność.

Rozwiązanie

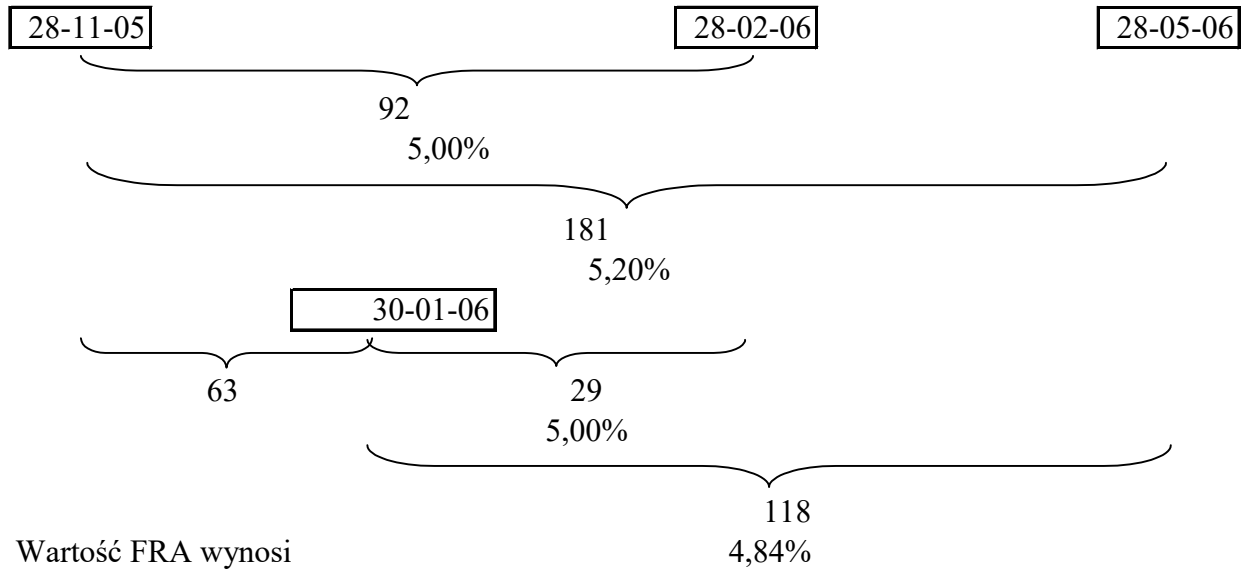
Ad 1.



Stopa FRA wynosi:

$${}_2f_1 = \left[\frac{\left(1 + \frac{z_2 t_2}{365}\right)}{\left(1 + \frac{z_1 t_1}{365}\right)} - 1 \right] \frac{365}{t_2 - t_1} = 5,34\%$$

Ad 2



Wartość FRA wynosi

$$V_t = \left(\frac{1}{1 + \frac{z_1 t_1}{365}} - \frac{1 + {}_2f_1 \frac{t_2 - t_1}{365}}{1 + \frac{z_2 t_2}{365}} \right) K = -136,272$$

bądź

$${}_2f_t = 4,77\%$$

$$V_t = \left(\frac{{}_2f_t - {}_2f_1 \frac{t_2 - t_1}{365}}{1 + \frac{z_2 t_2}{365}} \right) K = -136,272$$

1.2.2 Instrumenty giełdowe futures

Eurodolarowe kontrakty futures

Charakterystyka

Kontrakt futures na stopę procentową depozytów eurodolarowych został wprowadzony na giełdzie Chicago Mercantile Exchange (CME) w grudniu 1981 r. Jest to jeden z najczęściej wykorzystywanych giełdowych instrumentów pochodnych na świecie. Liczba otwartych pozycji (kontraktów) na giełdzie CME w listopadzie 1998 roku wynosi ponad 3,2 mln (jeden kontrakt odpowiada depozytowi 1 mln USD). Handel kontraktami prowadzi International Monetary Market (IMM), oddział giełdy CME. Rynek eurodolarowych kontraktów futures jest wykorzystywany przez inwestorów głównie w celu zabezpieczenia się przed zmianami stopy procentowej. Rynek eurodolarowych kontraktów futures ma w mniejszym stopniu charakter spekulacyjny niż rynek futures na obligacje rządowe (mniejsza jest relacja obrotów do wartości otwartych pozycji).

Eurodolarowe kontrakty futures są często wykorzystywane przez dealerów transakcji swap w celu rzeczywistego zabezpieczenia się przed ryzykiem. Jest to również bardzo ważny rynek informacji, z którego korzysta większość dealerów transakcji swap. Na podstawie stóp eurodolarowych kontraktów futures są ustalane stopy kontraktów forward (FRA). Wyznaczane są także stałe stopy umów swap.

Najbardziej istotne elementy standardu eurodolarowego kontraktu futures CME są następujące:

- przedmiotem kontraktu jest trzymiesięczna stopa LIBOR (ang. *London Interbank Offered Rate*), w skali roku o 360 dniach,
- jednostka transakcyjna, czyli wielkość kontraktu wynosi 1 mln USD,
- terminy wygaśnięcia dla eurodolarowych kontraktów futures występują w każdym z najbliższych 6 miesięcy oraz tradycyjnych miesiącach: marzec, czerwiec, wrzesień, grudzień („IMM dates”) w ciągu najbliższych 10 lat (ogółem 44 terminy wygaśnięcia),
- ostatni dzień obrotu to drugi roboczy dzień w Londynie przed trzecią środą miesiąca,
- stosowany jest wyłącznie pieniężny sposób rozliczenia (nie jest możliwe dostarczenie depozytu eurodolarowego).

Ceny kontraktów eurodolarowych

Notowania eurodolarowych kontraktów futures są przedstawione w postaci indeksu skonstruowanego w ten sposób, że od 100 odejmuje się trzymiesięczną stopę forward dla LIBOR od dnia wygaśnięcia kontraktu. Jeśli ${}_{t+1}f_t = 7,32\%$, cena kontraktu futures będzie wynosiła 92,68. Jeśli $t=35$ dni do wygaśnięcia kontraktu, stopa forward dotyczy okresu trzech miesięcy rozpoczynającego się po 35 dniach. Formuła cenowa ma postać:

$$(10) \quad F = 100(1 - {}_{t+1}f_t)$$

gdzie:

${}_{t+1}f_t$ - trzymiesięczna stopa forward (LIBOR) w skali roku, t dni przed wygaśnięciem kontraktu.

Sprzedający kontrakt futures zyskuje, gdy cena spada (np. z 93,5 do 91), czyli gdy rynkowa stopa LIBOR rośnie z 6,5% do 9%. Sprzedający zyskuje wówczas 250 punktów bazowych, a więc $250 \times 25\text{USD} \times$ liczba sprzedanych kontraktów. Wartość jednego punktu bazowego wynosi 25USD, gdyż $1.000.000 \text{ USD} \times 0,01\% \times 90/360 = 25\text{USD}$.

Przykład 8. Cena futures kontraktu eurodolarowego

Założmy, że cena eurodolarowego kontraktu futures z terminem wygaśnięcia 28 dni wynosi 94,70. Bieżąca stopa depozytów eurodolarowych na 28 dni wynosi 5,00%, a dla depozytów na 118 dni wynosi 5,15%.

Polecenia:

1. Wyznaczyć implikowaną stopę forward dla depozytów eurodolarowych.
2. Porównując tę stopę ze stopą dla kontraktu futures ustalić czy inwestor powinien kupić, czy sprzedać futures.
3. Jaką stopę zwrotu osiągnie inwestor dla okresu 118 dni składając depozyt na 28 dni oraz kupując kontrakt futures z terminem wygaśnięcia 28 dni ?

Rozwiązanie

Ad 1.

Relacja pomiędzy bieżącymi stopami a implikowaną stopą ${}_2f_1$ jest następująca:

$$\left(1 + \frac{r_2 t_2}{360}\right) = \left(1 + \frac{r_1 t_1}{360}\right) \left(1 + \frac{{}_2f_1 (t_2 - t_1)}{360}\right)$$

Implikowana stopa forward ${}_2f_1$ wynosi zatem:

$${}_2f_1 = \left[\frac{\left(1 + \frac{r_2 t_2}{360}\right)}{\left(1 + \frac{r_1 t_1}{360}\right)} - 1 \right] \frac{360}{t_2 - t_1} = 5,18\%$$

Ad 2.

Powinien kupić futures, gdyż stopa dla kontraktu futures 5,30% jest wyższa niż 5,18%.

Ad 3. Stopa zwrotu wynosi:

$$i_2 = \left\{ \left(1 + \frac{r_1 t_1}{360}\right) \left(1 + \frac{{}_2f_1 (t_2 - t_1)}{360}\right) - 1 \right\} \frac{360}{t_2} = 5,24\%$$

$$((1 + 5,00\% * 28 / 360) (1 + 5,30\% * 90 / 360) - 1) (360 / 118)$$

1.3 Opcje procentowe

1.3.1 Charakterystyka

Cap

Kontrakt na górny pułap stóp procentowych (ang. *cap swap*) - jest to swap, w którym wystawiający wypłaca nabywcy kontraktu odsetki netto, gdy zmienna stopa (np. LIBOR) jest wyższa niż stała stopa cap, nazywana stopą bazową (ang. *strike rate*). Odsetki netto stanowią dodatnią różnicę pomiędzy stopą zmienną (LIBOR) a stopą bazową cap pomnożoną przez hipotetyczny kapitał. Wystawiający cap otrzymuje premię w momencie zawarcia umowy. Kupujący z góry płaci wystawiającemu kontrakt premię (np. 2% wartości kapitału). Kupujący zabezpiecza się przed wzrostem stóp procentowych powyżej określonej stałej stopy. Umowy cap ze zmienną stopą LIBOR są często nazywane „calls on LIBOR”. Zmienna stopa LIBOR jest traktowana zwyczajowo tak jakby była towarem.

Umowa cap ze zmienną stopą LIBOR może być interpretowana jako **seria opcji call na LIBOR** bądź alternatywnie jako **seria opcji put na eurodolarowy depozyt terminowy**. Opcja call jest prawem zakupu stopy procentowej po cenie bazowej. Opcja put jest prawem „sprzedaży” depozytu eurodolarowego, którego oprocentowanie jest równe stopie bazowej cap. Kupujący korzysta z tego prawa, gdy stopa LIBOR jest wyższa niż stopa cap. Wówczas kupujący może „sprzedać” depozyt, który daje odsetki według stopy cap, a następnie „kupić” depozyt, który daje wyższe odsetki według aktualnej rynkowej stopy LIBOR.

Notowania cap (oraz floor) są czasami podawane przez dealera w kategoriach zmienności (odchylenia standardowego) np. 18% bid oraz 19% offer. Odpowiednie odchylenie standardowe, stopa bazowa (cap bądź floor) oraz terminy są następnie wprowadzane do modelu wyceny opcji w celu wyznaczenia odpowiedniej premii otrzymanej przez wystawiającego.

Premia płacona za cap dotyczy okresu dłuższego okresu niż 1 rok. Zatem koszt ten powinien być amortyzowany. Możliwe są różne rozwiązania. Amortyzacja metodą liniową polegałaby na podzieleniu wartości premii przez liczbę lat dla umowy cap. Jeśli premia wynosi 120 punktów bazowych od kwoty kapitału, to dla 5-letniej umowy koszt amortyzacji cap wynosi 24 punkty bazowe.

Przykład 9. CAP

Klient X kupuje CAP.

Premia wynosi 120 punktów bazowych od wartości kapitału.

Klient X zgadza się następujące warunki transakcji.

Termin początkowy:	15-sty-00
Termin końcowy:	15-sty-05
Kapitał (hipotetyczny)	10 000 000
Płacący premię:	Klient X
Stała stopa oprocentowania CAP:	10,00%
Stała stopa oprocentowania, dni	365
Otrzymujący premię:	Dealer
Stopa zmienna:	6 mies. WIBOR
Stopa zmienna, dni	360
Dni rozliczenia:	15 stycznia i 15 lipca każdego roku
Sposób ustalenia WIBOR	Ustalana z góry, płatna z dołu

Polecenia:

1. Jak będą kształtowały się strumienie pieniężne (rozliczenia netto), gdyby 6-miesięczna stopa WIBOR w poszczególnych dniach rozliczeń wynosiła:

Data rozliczenia	WIBOR
15-sty-00	10,4%
15-lip-00	10,6%
15-sty-01	9,1%
15-lip-01	8,1%
15-sty-02	7,6%
15-lip-02	9,1%
15-sty-03	10,1%
15-lip-03	10,5%
15-sty-04	10,6%
15-lip-04	8,4%
15-sty-05	10,2%

2. Wyznaczyć roczną wartość amortyzacji premii cap.

Rozwiązanie

Data rozliczenia	Liczba dni	WIBOR	Płatność wg stopy zmiennej	Płatność wg stopy stałej	Klient X Wpływy netto
15-sty-00	-	10,4%	-	-	-120 000
15-lip-00	182	10,6%	525 778	498 630	27 148
15-sty-01	184	9,1%	541 778	504 110	37 668
15-lip-01	181	8,1%	457 528	495 890	0
15-sty-02	184	7,6%	414 000	504 110	0
15-lip-02	181	9,1%	382 111	495 890	0
15-sty-03	184	10,1%	465 111	504 110	0
15-lip-03	181	10,5%	507 806	495 890	11 915
15-sty-04	184	10,6%	536 667	504 110	32 557
15-lip-04	182	8,4%	535 889	498 630	37 259
15-sty-05	184	10,2%	429 333	504 110	0
			4 796 000	5 005 479	26 547

Ad. 2

Premia : liczba lat = $120/5 = 24$ punkty bazowe bądź 24000 zł.

Ta premia nie uwzględnia kosztu finansowania.

Ile wynosi premia przy uwzględnieniu kosztu finansowania ?

Koszt kapitału (stała stopa) w skali pół roku wynosi: 5,0%

Liczba okresów półrocznych: 10

Premia swap za cały okres umowy: 120 pkb

Wykorzystujemy wzór:

PMT(koszt kapitału/2 , liczba półrocznych okresów; - premia swap)

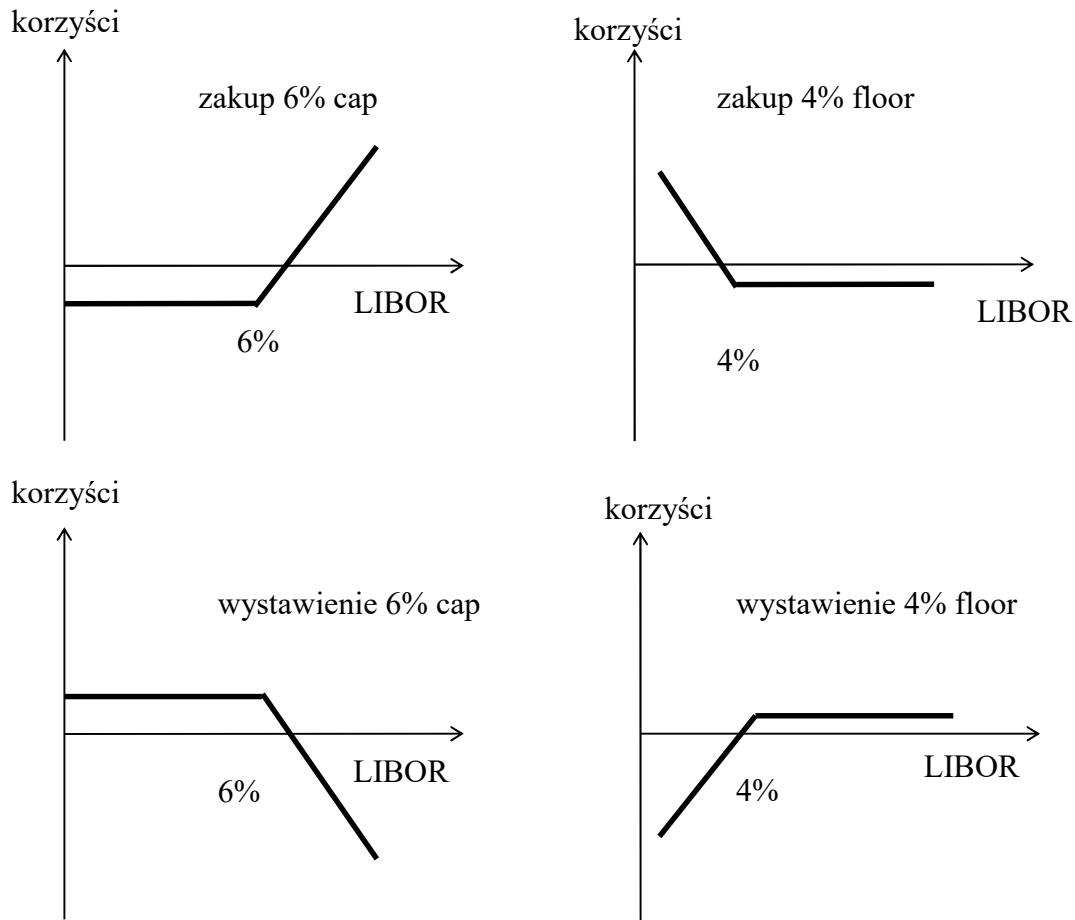
Premia uwzględniająca koszt finansowania:

15,5 w punktach bazowych półrocznie

31,1 w punktach bazowych rocznie

Kwota amortyzacji w ciągu roku, uwzględniająca koszt finansowania, wynosi:

0,3108% * 10 000 000 = 31081 zł



Rys. 3. Diagramy wypłat dla kupującego i wystawiającego cap i floor
 Źródło: Opracowanie własne.

Floor

Kontrakt na dolny pułap stóp procentowych (ang. *floor swap*) - jest to swap, w którym wystawiający wypłaca nabywcy odsetki netto (dodatnią różnicę pomiędzy stopą stałą floor a stopą zmienną (np. LIBOR), pomnożoną przez hipotetyczny kapitał), gdy zmienna stopa jest niższa niż stopa bazowa floor. Kupujący z góry płaci wystawiającemu premię np. 2% wartości kapitału. Kupujący zabezpiecza się w ten sposób przed spadkiem stóp procentowych poniżej określonej stałej stopy floor. Umowy floor są nazywane „puts on LIBOR”.

Wystawiający cap i floor równocześnie nie dokonuje żadnych płatności, gdy stopa LIBOR znajduje się pomiędzy stopą cap i stopą floor. Rozliczenia zgodnie z umową mogą być dokonywane z dołu lub z góry podobnie jak w przypadku FRA.