

# Instrumenty pochodne. Pomiar ryzyka. Zarządzanie ryzykiem

## 1.1 Instrumenty pochodne

### 1.1.1 Aktywa pierwotne i aktywa pochodne

W związku z upowszechnieniem się instrumentów pochodnych składniki majątkowe (aktywa bilansowe i pozabilansowe) są dzielone na pierwotne (fundamentalne, bazowe) oraz wtórne (pochodne). Aktywa pierwotne są to różnego rodzaju składniki majątkowe (m.in. obligacje, bony skarbowe, depozyty, waluty, akcje, towary), których posiadanie może przynosić inwestorowi (właścicielowi) bezpośrednio korzyści. Instrumenty pochodne mogą przynosić inwestorowi korzyści pośrednie tzn. zależne od zmian cen określonych aktywów pierwotnych.

Ceny instrumentów pochodnych zależą od cen aktywów pierwotnych np. obligacji, bonów skarbowych, stóp procentowych np. LIBOR, WIBOR, kursów walut, cen akcji oraz indeksów giełdowych, cen towarów oraz indeksów cen oraz innych indeksów. W ostatnich latach pojawiły się instrumenty pochodne, których ceny nie zależą od cen aktywów, lecz od pewnych indeksów np. indeksu temperatury. Instrumentem pierwotnym nie jest termometr, lecz stan pogody ze zmieniającą się temperaturą.

Zatem właściwą wydaje się następująca definicja: „Instrument pochodny jest instrumentem finansowym, którego cena zależy od ceny, stopy bądź indeksu dla określonego instrumentu pierwotnego”.

Transakcje związane z aktywami pierwotnymi są nazywane transakcjami natychmiastowymi. Umowa natychmiastowa (spot) jest taką umową, w której sprzedający zobowiązuje się do natychmiastowego dostarczenia przedmiotu umowy a kupujący do natychmiastowej zapłaty. Ze względów technicznych dostawa oraz zapłata mogą nastąpić w ciągu kilku dni po zawarciu umowy (zwykle w ciągu dwóch dni roboczych).

Forward i futures są nazywane transakcjami terminowymi. W istocie wszystkie instrumenty pochodne (forward, futures, swapy i opcje) można nazwać terminowymi, gdyż rozliczenie oraz ewentualne rzadko stosowane dostarczenie instrumentu pierwotnego są dokonywane przed ustalonym terminem, w ustalonym terminie bądź w ustalonych terminach w przyszłości. Warto również podkreślić, że umowy sprzedaży towarów z terminem dostawy i zapłaty powyżej dwóch dni roboczych rzadko są nazywane umowami terminowymi.

### 1.1.2 Pozycje w instrumentach pochodnych

Instrumenty pochodne są przedmiotem handlu pozagiełdowego i giełdowego. Można je kupować bądź sprzedawać. Często zrzeczniej jest użyć sformułowań: otwieranie bądź zajmowanie pozycji kupującego bądź pozycji sprzedającego. Występują bowiem istotne różnice w stosunku do handlu instrumentami pierwotnymi. Inwestor nie posiadający instrumentu pochodnego może go sprzedać. Można więc sprzedać „coś, czego się nie posiada”.

Kupujący zajmuje pozycję długą i osiąga korzyści przy wzroście cen instrumentu pierwotnego (w przypadku FRA i swapów wzroście stóp procentowych). Kupujący odnosi korzyści, gdy po zawarciu umowy aktualna cena instrumentu pierwotnego jest wyższa niż cena w momencie otwierania pozycji.

Sprzedający instrument pochodny osiąga zwiększenie wartości pozycji przy spadku cen instrumentu pierwotnego (w przypadku FRA i swapów przy spadku stóp procentowych). Sprzedający odnosi korzyści, gdy po zawarciu umowy aktualna cena instrumentu pierwotnego jest niższa niż cena w momencie otwierania pozycji.

### 1.1.3 Instrumenty giełdowe i pozagiełdowe

Rynek instrumentów pochodnych obejmuje rynek pozagiełdowy oraz giełdowy. W obrocie pozagiełdowym transakcje są najczęściej zawierane przez telefon, za pomocą komputerów bądź innych środków łączności. Tradycyjnie rynek ten jest nazywany OTC (ang. *over-the-counter market*), aczkolwiek dziś handel nie jest prowadzony poprzez kantor czy ladę (ang. *counter*). Pomędzy instrumentami pozagiełdowymi i giełdowymi występuje wiele podobieństw, w tym zwłaszcza w zakresie technik wyceny i zarządzania ryzykiem. Występuje też także wiele różnic. Generalnie, inwestor wykorzystujący instrumenty pozagiełdowe może swobodnie kształtować wszystkie elementy umowy (przedmiot, wartość, terminy, zabezpieczenia itp.). Inwestor wykorzystujący instrumenty giełdowe musi godzić się ze standaryzacją kontraktów giełdowych oraz może decydować jedynie o liczbie nabywanych bądź sprzedawanych kontraktów (giełdy stosują limity). Wartość pozycji zajmowanych na rynku pozagiełdowym jest kilka razy większa niż wartość pozycji giełdowych.

Instrumenty pochodne są najczęściej dzielone na trzy grupy: forward i futures, swapy i opcje. W każdej grupie mogą występować różne rodzaje, gatunki i asortymenty. Największe znaczenie mają swapy. W grupie tej znajdują się zarówno tzw. swapy waniliowe (ang. *plain vanilla*), swapy z wbudowanymi opcjami (np. cap, collar), a także wiele innych konstrukcji umów kształtowanych swobodnie przez inwestorów. W zasadzie kontrakty forward<sup>1</sup> oraz transakcje swap nie występują w obrocie giełdowym. Kontrakty futures występują wyłącznie w obrocie giełdowym. Opcje występują w obrocie giełdowym oraz w obrocie pozagiełdowym. W poniższej tabeli zostały przedstawione instrumenty bazowe dla instrumentów pochodnych oraz ich terminy.

---

<sup>1</sup> Indywidualnie negocjowane transakcje forward czasami występowały na giełdach, dziś rzadko występują na mało płynnych giełdach np. energii.

Tabela 1. Forward, futures, swapy i opcje

Instrument pochodny	Instrument pierwotny (bazowy)	Termin
<b>PROCENTOWY</b>		
FRA	depozyt na rynku międzybankowym (stopa procentowa)	do 2 lat
Futures	depozyt na rynku międzybankowym, obligacje, bony skarbowe	do 10 lat
Swap	stopa dla depozytów na rynku międzybankowym, inne stopy procentowe	do 50 lat
Opcja	depozyt na rynku międzybankowym, obligacje, bony skarbowe, futures	do 1 roku
<b>WALUTOWY</b>		
Forward	waluta	do 1 roku
Futures	waluta	do 1 roku
Swap	waluta	do 20 lat
Opcja	waluta, futures	do 1 roku
<b>KREDYTOWY</b>		
Forward	spread kredytowy, zdarzenie kredytowe (np. niewypłacalność)	do 1 roku
Futures	spread kredytowy, zdarzenie kredytowe (np. niewypłacalność)	do 1 roku
Swap	spread kredytowy, zdarzenie kredytowe (np. niewypłacalność)	do 20 lat
Opcja	spread kredytowy, zdarzenie kredytowe (np. niewypłacalność)	do 1 roku
<b>INDEKSOWY</b>		
Forward	w zasadzie nie występują	
Futures	indeks giełdowy, cena akcji	do 10 lat
Swap	indeks giełdowy	do 20 lat
Opcja	indeks giełdowy, cena akcji, futures	do 1 roku
<b>TOWAROWE</b>		
Forward	towary	do 1 roku
Futures	towary	do 1 roku
Swap	indeks cen towarów	do 20 lat
Opcja	towary, futures	do 1 roku

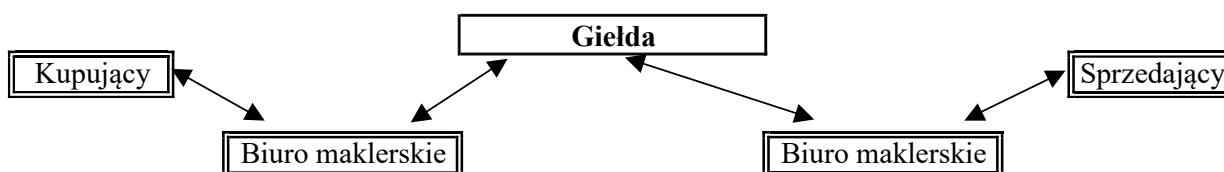
Źródło: Opracowanie własne.

Fakt zawierania kontraktów poprzez giełdę bądź poza giełdą wpływa na:

- sposób zawierania transakcji,
- możliwość negocjowania treści umowy,
- płynność,
- termin wygaśnięcia,
- termin dostawy,
- sposób i warunki realizacji dostawy bądź sposób rozliczenia umowy,
- ryzyko kredytowe i zabezpieczenia,
- koszty przygotowania i realizacji umowy,
- prawne regulacje dotyczące zawieranych umów.

Transakcje pozagiełdowe mogą być zawierane bezpośrednio bądź poprzez pośrednika finansowego, nazywanego tworzącym rynek (ang. *market maker*). W Polsce używa się terminu „animator rynku”.

Transakcje zawierane na giełdzie są realizowane przez biura maklerskie. Czasami także zwłaszcza w Stanach Zjednoczonych występują inni pośrednicy. Koszty transakcyjne obejmują prowizje i opłaty. Giełda dokonuje standaryzacji kontraktów, ustala procedury handlu, określa sposób działania izby rozrachunkowej, przekazuje informacje o notowaniach i obrotach. Ważną funkcją giełd jest publikowanie i udostępnianie informacji na temat cen, a także informacji o instrumentach i sposobach zabezpieczania przed ryzykiem itd.

*Instrumenty pozagiełdowe**Instrumenty giełdowe*

Rys. 1. Sposób zawierania transakcji giełdowych i pozagiełdowych

Źródło: Opracowanie własne.

W przypadku instrumentów pozagiełdowych występuje ryzyko kredytowe związane z możliwością niewypłacalności drugiej strony umowy. Ryzyko kredytowe w przypadku kontraktów pozagiełdowych zależy od zdolności kredytowej drugiej strony kontraktu. Gdy drugą stroną kontraktu jest solidny bank z oceną AAA, ryzyko kredytowe jest znikome. Ryzyko kredytowe może być znaczne, gdy drugą stroną kontraktu jest mało znane przedsiębiorstwo bądź osoba fizyczna. Banki oferujące instrumenty pochodne często żądają wówczas zabezpieczeń np. w formie depozytów bądź innych zabezpieczeń typowych dla umów kredytowych. Ryzyko kredytowe jest tym większe, im bardziej odległy jest termin wygaśnięcia. Kontrakt pozagiełdowy jest umową prawa cywilnego. W przypadku nie dotrzymania warunków umowy przez drugą stronę oraz braku zabezpieczeń, możliwe jest dochodzenie roszczeń wyłącznie na drodze sądowej. Zaletą instrumentów pozagiełdowych jest brak systemu codziennego rozliczania depozytów zabezpieczających stosowanego przez giełdy.

W przypadku kontraktów giełdowych ryzyko kredytowe praktycznie nie występuje. Ryzyko kredytowe jest eliminowane poprzez funkcjonowanie systemu depozytów zabezpieczających oraz mechanizmu marking-to-market (codzienne rozliczanie wartości pozycji). Praktycznie ryzyko kredytowe wystąpiłoby w sytuacji bankructwa biura maklerskiego bądź giełdy. Jest to mało prawdopodobne.

Izba rozrachunkowa (ang. *clearinghouse*) jest najczęściej jednostką organizacyjną giełdy, czasami jest niezależną instytucją. W Polsce funkcję izby rozrachunkowej dla Giełdy Papierów Wartościowych w Warszawie S.A. pełni Krajowy Depozyt Papierów Wartościowych S.A.. Izba rozrachunkowa gwarantuje wykonanie kontraktów futures i opcji. Dla każdego inwestora otwierającego pozycje na giełdzie izba staje się drugą stroną i gwarantem wykonania kontraktów. Dla izby suma otwartych pozycji dłużych w kontraktach futures jest równa sumie otwartych pozycji krótkich. Dzięki funkcjonowaniu mechanizmu depozytów zabezpieczających izba rozliczeniowa całkowicie eliminuje ryzyko kredytowe. Izby rozrachunkowe zajmują się prowadzeniem rachunków rozliczeniowych i rozliczaniem

transakcji. Makler - członek izby rozrachunkowej (ang. *clearing member*) posiada w izbie rachunek, na którym jest utrzymywany depozyt rozliczeniowy (ang. *clearing margin*). Kwota depozytu jest wyliczana metodą netto, tzn. zależy od wszystkich długich i krótkich pozycji łącznie. Makler, który nie jest członkiem izby rozrachunkowej, musi korzystać z pośrednictwa członków izby.

Sprzedający i kupujący futures oraz wystawiający opcje są zobowiązani do wpłacenia w biurze maklerskim depozytu (ang. *margin*) zabezpieczającego wykonanie podejmowanych w kontraktach zobowiązań. Kupujący opcje nie składają depozytów zabezpieczających, gdyż z góry płacą premie opcyjne. Depozyty początkowe są wpłacane w gotówce, ale biuro maklerskie może przyjmować w zastaw papiery wartościowe np. bony skarbowe (np. w 90% ich wartości) bądź akcje (np. w 50% ich wartości). Depozyt wynosi zwykle 2-18% wartości kontraktu. W przybliżeniu jest nieco większy od maksymalnej dopuszczalnej dziennej zmiany cen dla danego instrumentu pierwotnego. Wysokość depozytu zależy od zmienności cen instrumentu pierwotnego. Wyższe depozyty są wymagane w przypadku większej zmienności cen instrumentu pierwotnego (np. akcji). W szczególnych przypadkach depozyty mogą być niższe. Niższe wymagania depozytowe występują przy transakcjach w ciągu tego samego dnia (ang. *day trades*). Wówczas inwestor uprzedza maklera z zamiarem zamknięcia otwartej pozycji w tym samym dniu. Niższe depozyty są wymagane w przypadku równoczesnego otwarcia pozycji długiej oraz pozycji krótkiej z różnymi terminami dostawy (spread kalendarzowy). Depozyty zabezpieczające muszą gwarantować pokrycie ewentualnych strat wynikających z kontraktu. Początkowy depozyt (ang. *initial margin*) jest zwykle wyższy od ustalonego minimalnego stanu rachunku (ang. *maintenance margin*). Minimalny wymagany poziom depozytu, nazywany także depozytem obowiązkowym, stanowi zwykle ok. 75% depozytu początkowego.

Okres pomiędzy datą zawarcia kontraktu oraz dowolnym terminem możliwej realizacji jest nazywany okresem wykonania kontraktu (ang. *performance period*). W okresie tym pod koniec każdego dnia następuje wyliczenie wartości wszystkich otwartych pozycji. Proces ten jest nazywany *marking-to-market*. Zyski powiększają zabezpieczający rachunek depozytowy (ang. *margin account*) i nadwyżka środków pieniężnych ponad poziom początkowego depozytu (zwykle nie oprocentowana) powinna być wycofywana przez inwestora. Straty pomniejszają stan zabezpieczającego rachunku depozytowego. Inwestor w każdym dniu zna wynik otwartej pozycji (zysk bądź stratę) oraz aktualny stan środków pieniężnych na rachunku zabezpieczającym. W dowolnym dniu może zamknąć pozycję i zlikwidować depozyt. Jeśli stan tego rachunku okaże się niższy od ustalonego minimalnego wymaganego poziomu (ang. *maintenance level*), inwestor jest wzywany do uzupełnienia depozytu (ang. *margin call*) do poziomu początkowego depozytu. Dodatkowy depozyt uzupełniający (ang. *variation margin*) wyłącznie w formie środków pieniężnych musi być wpłacony do końca następnego dnia. Zasada ta jest stosowana najczęściej na świecie. W Polsce przyjęto ostrzejsze wymagania tzn. uzupełniający depozyt musi być wpłacony przed rozpoczęciem sesji w następnym dniu. Gdyby inwestor nie uzupełnił wymaganej kwoty, biuro maklerskie zamyka pozycję danego inwestora. Umowa pomiędzy biurem maklerskim a inwestorem może traktować brak uzupełnienia wymaganej kwoty jako rażące naruszenie warunków umowy oraz przewidywać potrącenie strat, kosztów prowizji, a także zamknięcie rachunków prowadzonych dla inwestora. Zamknięcie pozycji inwestora przez biuro maklerskie zabezpiecza przed kumulowaniem strat.

Zaletą funkcjonowania mechanizmu depozytów zabezpieczających jest wyeliminowanie ryzyka kredytowego, natomiast wadą jest konieczność codziennego śledzenia sytuacji i

ewentualnie przekazywania płatności. Mechanizm ten jest traktowany jako uciążliwy i kosztowny zarówno przez małych, jak i dużych inwestorów.

### **Przykład 1. Depozyt zabezpieczający**

Przedsiębiorstwo "Specul" otrzymuje 300 000 USD w dniu 12 grudnia. Kwota ta nie jest potrzebna w ciągu następnych 6 dni, i zamiast lokować ją w bezpieczne papiery wartościowe dyrektor finansowy zamierza spekulować kupując futures na świńskie półtusze. Kupuje 50 kontraktów na giełdzie Chicago Mercantile Exchange (CME). Kontrakt przewiduje dostawę 40 000 funtów półtusze, wymaga depozytu początkowego 2 000 USD oraz minimalnego depozytu 1 500 USD. Cena futures z dostawą na luty wynosi \$0,55. Natychmiast po zakupie kontraktów futures ukazuje się rządowy raport o szkodliwości spożycia słoniny. W ciągu kolejnych dni ceny futures spadają i wynoszą 0,53, 0,52, 0,51, 0,50, 0,48, oraz 0,45 USD/funt.

#### Polecenie:

1. Jaki jest początkowy stan konta zabezpieczającego ?  
Przedstawić stan konta w kolejnych sześciu dniach. Jakie są zyski/straty przedsiębiorstwa "Specul" po zamknięciu pozycji w szóstym dniu.

### **Rozwiązanie**

Cena	Zysk / Strata	Stan konta	Wezwanie	Stan konta
0,5500			100 000	100 000
0,5300	-40 000	60 000	40 000	100 000
0,5200	-20 000	80 000	0	80 000
0,5100	-20 000	60 000	40 000	100 000
0,5000	-20 000	80 000	0	80 000
0,4800	-40 000	40 000	60 000	100 000
0,4500	-60 000	40 000	60 000	100 000

Ogółem 300 000 100 000

Strata netto wynosi 200 000 USD.

Strata stanowi 67% kapitału inwestora.

## Różnice pomiędzy pochodnymi pozagiełdowymi i giełdowymi

Podsumowanie rozważań dotyczących pozagiełdowych i giełdowych jest przedstawione w poniżej tabeli.

Tablica 2. Różnice pomiędzy transakcjami pozagiełdowymi i giełdowymi

Instrument pochodny pozagiełdowy	Instrument pochodny giełdowy
(+) Instrument dwustronnie negocjowany. Strony mogą negocjować wszystkie szczegółowe warunki umów.	(-) Instrument giełdowy. Inwestorzy nie mogą negocjować żadnych warunków umów.
(+) Brak standaryzacji. Tzw. doskonałe zabezpieczenie (ang. <i>perfect hedge</i> ) dokładnie odpowiadające oczekiwaniom inwestora i jego strategii zarządzania ryzykiem.	(-) Standaryzacja. Zajęcie pozycji w instrumentach giełdowych rzadko umożliwia realizację dokładnie odpowiadającej inwestorowi strategii zarządzania ryzykiem.
(+) Duża płynność w sensie zawierania umów na dowolnie duże kwoty.	(-) Mała płynność w sensie zawierania umów na dowolnie duże kwoty.
(-) Mała płynność w sensie możliwości rezygnacji z zawartych umów.	(+) Duża płynność w sensie możliwości zamykania pozycji - rezygnacji z zawartych umów. Możliwość zamknięcia pozycji w dowolnym momencie.
(+) Termin wygaśnięcia negocjowany.	(-) Terminy wygaśnięcia sztywne, określone przez standardy giełdowe. Ryzyko bazy.
(+) Dostarczenie instrumentu pierwotnego w terminie wygaśnięcia.	(-) Dostarczenie instrumentu pierwotnego może być realizowane przez izbę rozliczeniową w okresie kilku czy kilkunastu dni zgodnie ze standardem giełdowym.
(+) Rozliczenie w terminie wygaśnięcia.	(-) Rozliczenia codzienne w całym okresie zajmowania pozycji.
(-) Ryzyko kredytowe może być duże. Strony kontraktu muszą mieć do siebie zaufanie. Stosowane są różne zabezpieczenia.	(+) Depozyty zabezpieczające. Nie są potrzebne inne gwarancje wykonania kontraktu. Brak ryzyka kredytowego.
(+) Brak kosztów związanych z systemem codziennego rozliczania i depozytów.	(-) System codziennego rozliczania i depozytów może być kosztowny.
(-) Rynek nieuregulowany, obowiązują ogólne przepisy prawne.	(+) Rynek uregulowany i zwykle kontrolowany przez organ rządowy.
(-) Cena zależy głównie od siły przetargowej. Cena może być negocjowana. Cena może mieć charakter subiektywny.	(+) Cena jest jednolita dla wszystkich. Cena kształtuje się na rynku. Cena ma charakter obiektywny.
(-) Wartość pozycji po zawarciu kontraktu może być obliczona przez inwestora.	(+) Wartość pozycji po zawarciu kontraktu jest ustalana przez izbę rozliczeniową giełdy.

Źródło: Opracowanie własne.

## 1.2 Mierniki ryzyka

### 1.2.1 Tradycyjne

#### Portfel złożony z jednej pozycji

Oczekiwana stopa zwrotu dla rozkładu dyskretnego (skokowego) jest wyznaczana zgodnie z wzorem:

$$(1) \quad E(r) = \sum_{t=1}^T p_t r_t$$

gdzie:

$p_t$  – prawdopodobieństwo osiągnięcia stopy zwrotu  $r_t$  w okresie  $t$  ( $t=1, \dots, T$ ).

Wariancja jest liczona na podstawie wzoru:

$$(2) \quad \sigma^2 = \sum_{t=1}^T p_t [r_t - E(r)]^2$$

Odchylenie standardowe jest pierwiastkiem kwadratowym z wariancji:

$$(3) \quad \sigma = \sqrt{\sum_{t=1}^T p_t [r_t - E(r)]^2}$$

Odchylenie standardowe jest najczęściej stosowanym miernikiem ryzyka. Informuje, o ile stopa zwrotu odchyła się przeciętnie od oczekiwanej stopy zwrotu.

## Tradycyjne mierniki ryzyka

### Oczekiwana zmienność (volatility)

### Wariancja portfela

#### Portfel złożony z dwóch pozycji

$$\sigma_p^2 = w_A^2 \sigma_A^2 + w_B^2 \sigma_B^2 + 2w_A w_B \rho_{AB} \sigma_A \sigma_B$$

#### Portfel złożony z n pozycji

$$\sigma_p^2 = \mathbf{w}^T \mathbf{V} \mathbf{w} = \begin{bmatrix} w_1 & w_2 & \dots & w_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & & \sigma_{1n} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22}^2 & & \sigma_{2n} \\ & & \dots & \\ \sigma_{n1} & \sigma_{n2} & & \sigma_{nn}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \dots \\ w_n \end{bmatrix}$$

$$\sigma_p^2 = \mathbf{u}^T \mathbf{R} \mathbf{u} = \begin{bmatrix} w_1 \sigma_1 & w_2 \sigma_2 & \dots & w_n \sigma_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \rho_{12} & & \rho_{1n} \\ \rho_{21} & 1 & & \rho_{2n} \\ & & \dots & \\ \rho_{n1} & \rho_{n2} & & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \sigma_1 \\ w_2 \sigma_2 \\ \dots \\ w_n \sigma_n \end{bmatrix}$$



**Współczynnik korelacji** dla dwóch pozycji wyznaczamy na podstawie kowariancji pomiędzy stopami zwrotu dla tych dwóch pozycji, odchylenia standardowego dla inwestycji A oraz odchylenia standardowego dla inwestycji B:

$$(4) \quad \rho_{AB} = \frac{\sigma_{AB}}{\sigma_A \times \sigma_B}$$

Współczynnik korelacji przyjmuje wartości pomiędzy z przedziału zamkniętego  $[-1; 1]$ . Jeśli współczynnik ten jest dodatni, pomiędzy dwiema zmiennymi występuje dodatnia korelacja. Wzrostowi stopy zwrotu pierwszej pozycji towarzyszy wzrost stopy zwrotu dla drugiej pozycji. Jeśli współczynnik ten jest ujemny, mamy do czynienia z korelacją ujemną. Wzrostowi stopy zwrotu pierwszej pozycji towarzyszy spadek stopy zwrotu dla drugiej pozycji. Ta rzadko występująca sytuacja jest bardzo pożądana przy konstrukcji portfela inwestycyjnego.

Należy bardzo wyraźnie podkreślić, że **korelacja nie oznacza, że między badanymi zmiennymi nie muszą występować zależności przyczynowo-skutkowe.**

### Model CAPM

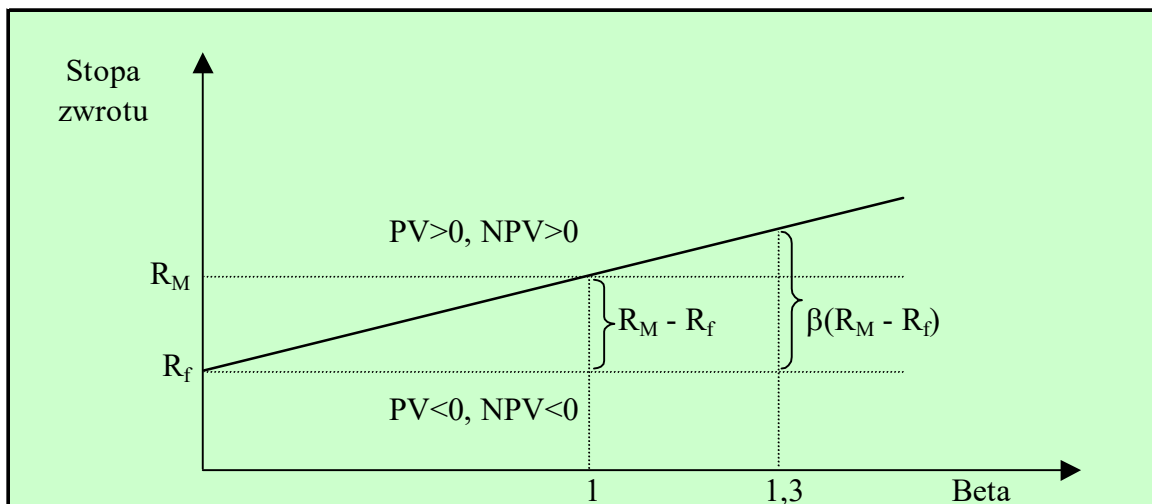
$$(5) \quad R_j = R_f + \beta_j [R_M - R_f]$$

gdzie:

$R_j$  - oczekiwana stopa zwrotu dla inwestycji  $j$ ,

$\beta_j$  - współczynnik beta dla inwestycji  $j$ .

Wyrażenie  $\beta_j [R_M - R_f]$  jest premią dla inwestora nabywającego np. papier wartościowy  $j$ . Wyrażenie  $R_M - R_f$  jest premią dla inwestora nabywającego portfel rynkowy, tzw. rynkową premią za ryzyko.



Rys. 2. Model CAPM - linia SML

Źródło: Opracowanie własne na podstawie: R.K.S. Rao, *Financial Management, Concepts and Applications*, 3rd Edition, South-Western College Publishing 1995, s. 171.

Ryzyko systematyczne, nazywane niedywersyfikowalnym, rynkowym, bądź także beta-ryzykiem jest mierzone przy wykorzystaniu tzw. współczynnika beta:

$$(6) \quad \beta_j = \frac{\sigma_{jm}}{\sigma_m^2} = \rho_{jm} \frac{\sigma_j}{\sigma_m}$$

gdzie:

$\sigma_{jm}$  - kowariancja pomiędzy stopą zwrotu dla papieru wartościowego j a stopą zwrotu dla portfela rynkowego,

$\sigma_j$  - odchylenie standardowe stopy zwrotu dla papieru wartościowego j,

$\sigma_m$  - odchylenie standardowe stopy zwrotu dla portfela rynkowego,

$\rho_{jm}$  - współczynnik korelacji pomiędzy stopą zwrotu dla papieru wartościowego j, a stopą zwrotu dla portfela rynkowego.

Beta jest miarą wrażliwości zmian stopy zwrotu dla danej inwestycji a rynkową stopą zwrotu. Beta mierzy, jak zmiany na rynku wpływają na stopy zwrotu np. dla danego papieru wartościowego. Dla całego rynku (indeksu rynku) beta jest równe 1. Jeśli dla danego papieru wartościowego współczynnik beta jest większy niż 1, to stopa zwrotu dla tego papieru charakteryzuje się większą zmiennością (ryzykiem) niż przeciętne ryzyko rynkowe. Jeśli dla danego papieru wartościowego współczynnik beta wynosi np. 1,25, to zwiększeniu rynkowej stopy zwrotu np. o 2%, towarzyszy wzrost stopy zwrotu dla danego papieru wartościowego o  $2\% \times 1,25 = 2,5\%$ .

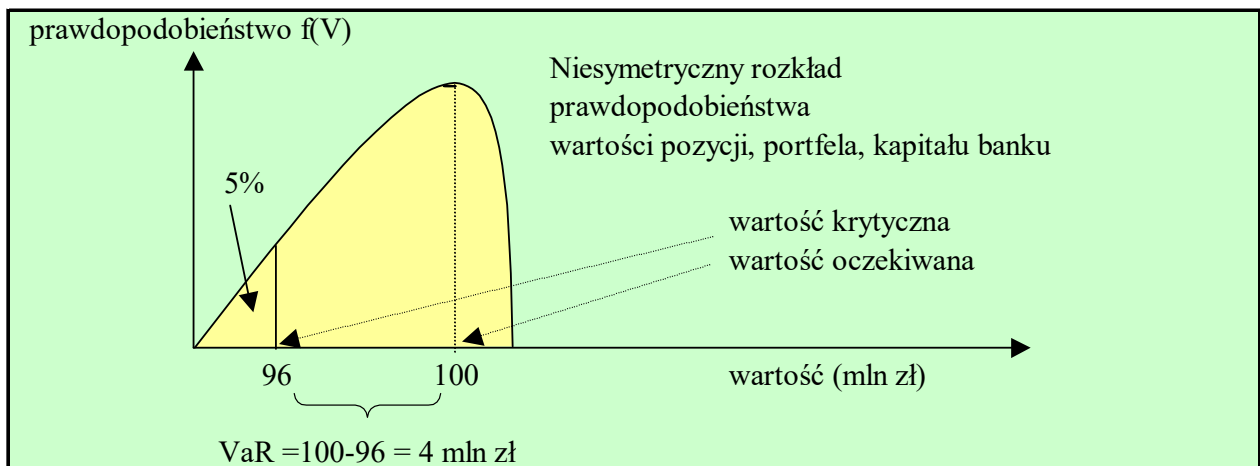
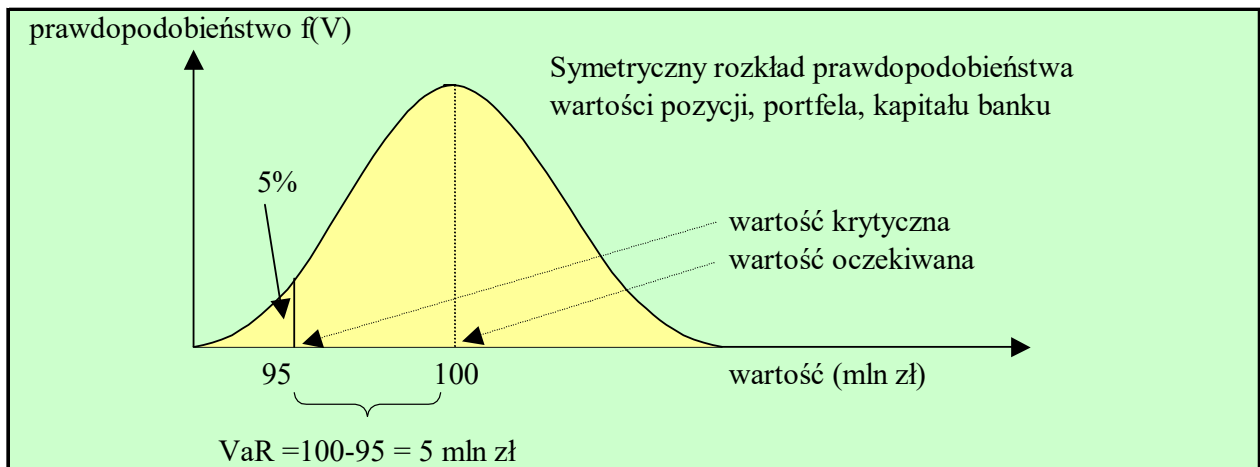
## 1.2.2 Mierniki nowoczesne

VaR, CVaR, EAR, CFaR

### Value at Risk - definicja

**Value at Risk** jest potencjalnym maksymalnym zmniejszeniem wartości, możliwym do wystąpienia z określonym **prawdopodobieństwem** (np. 5%), w określonym **przyszłym momencie**, zależnym od **oczekiwanej zmienności cen, kursów, stóp procentowych** (ryzyka rynkowego) oraz zależnym od **oczekiwanej wartości rynkowej pozycji, wartości portfela bądź wartości przedsiębiorstwa** czy też banku.

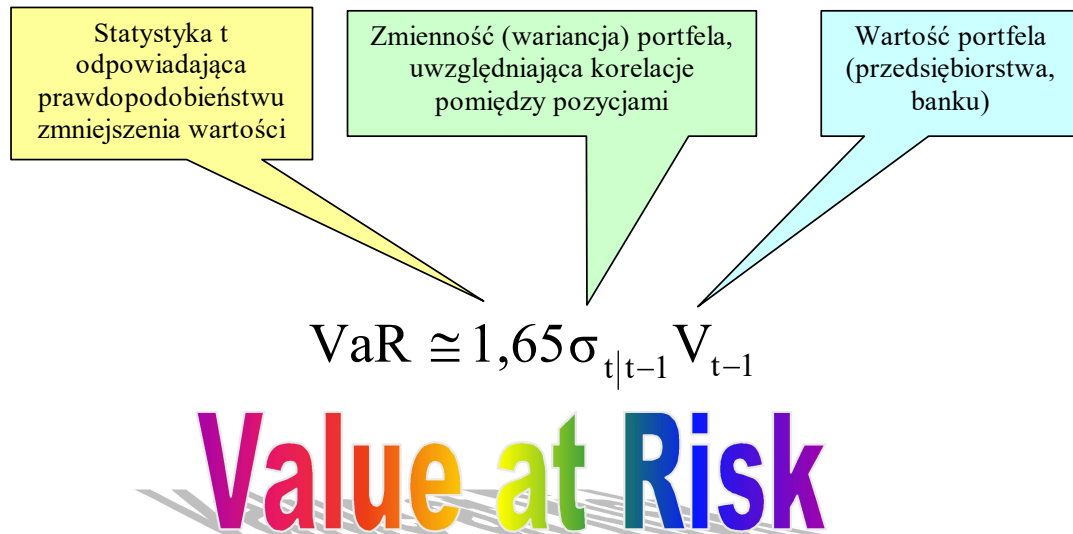
## Value at Risk - filozofia



### Ważne elementy VaR

1. Poziom tolerancji - 1%, 2%, 5%
2. Horyzont - 1 dzień, 10 dni, miesiąc, rok
3. Oczekiwana zmienność (uwzględniająca korelacje pomiędzy stopami zwrotu dla pozycji)
4. Oczekiwana (planowana) wartość rynkowa pozycji, portfela, aktywów, banku

## Value at Risk - metoda wariancji i kowariancji - aproksymacja



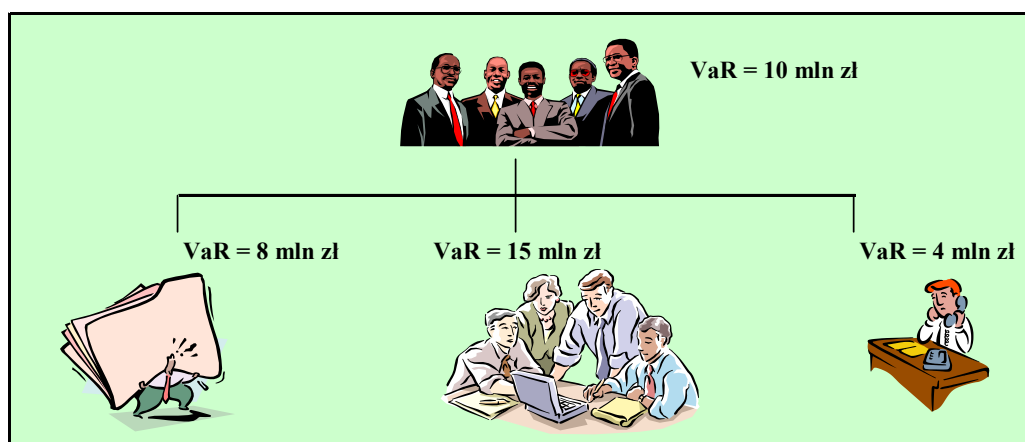
### Value at Risk - metoda historyczna

- Rozkład stóp zwrotu jest ustalany na podstawie danych historycznych (np. 200 obserwacji).
- Zaletą jest brak potrzeby założenia z góry określonego rozkładu prawdopodobieństwa, w szczególności założenia o rozkładzie normalnym logarytmicznych stóp zwrotu. Zbędne jest szacowanie parametrów.
- Problemy dotyczą jednorodności danych statystycznych, wrażliwości wyników na zbiory danych, wyboru długości okresu.

### Value at Risk – metoda symulacyjna

Symulacja umożliwia wygenerowanie rozkładu wartości portfela na podstawie założonej ekspozycji na czynniki ryzyka.

Zakłada się określone rozkłady dla czynników ryzyka (kursów, stóp procentowych, zmian zdolności kredytowej). Czasami zakłada się, że zmiany (np. stóp procentowych) są procesem stochastycznym (np. geometryczny ruch Browna). Czynnikiem ryzyka jest zmienność stóp zwrotu.



CVAR  
EAR  
CFAR

### 1.2.3 Mierniki specyficzne

- Luka duration
- Luka walutowa
- Luka kredytowa

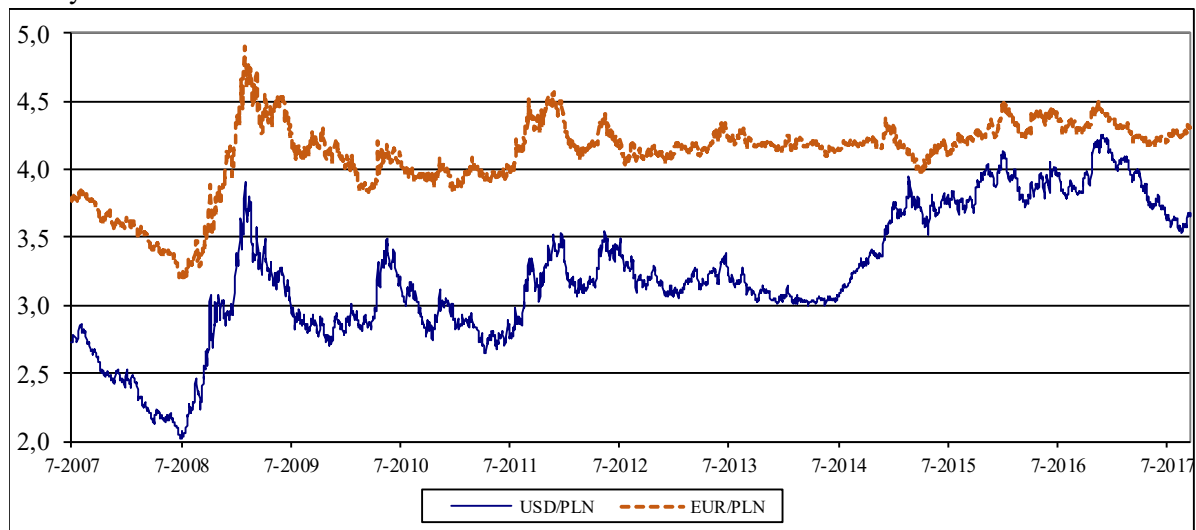
## Mierniki wrażliwości (opcje)

Miernik	Notacja	Call	Put
Delta	$\Delta_c = \frac{\partial C}{\partial S}$	$\Delta_c = N(d_1)$	$\Delta_p = \Delta_c - 1$
Gamma	$\gamma_c = \frac{\partial^2 C}{\partial S^2}$	$\gamma_c = \frac{n(d_1)}{S\sigma\sqrt{T}}$	$\gamma_p = \gamma_c$
Theta	$\theta_c = -\frac{\partial C}{\partial T}$	$\theta_c = \frac{-S\sigma n(d_1)}{2\sqrt{T}} - rEe^{-rT}N(d_2)$	$\theta_p = \theta_c + rEe^{-rT}$
Rho	$\rho_c = \frac{\partial C}{\partial r}$	$\rho_c = TEe^{-rT}N(d_2)$	$\rho_p = \rho_c - TEe^{-rT}$
Vega	$v_c = \frac{\partial C}{\partial \sigma}$	$v_c = S\sqrt{T}n(d_1)$	$v_p = v_c$

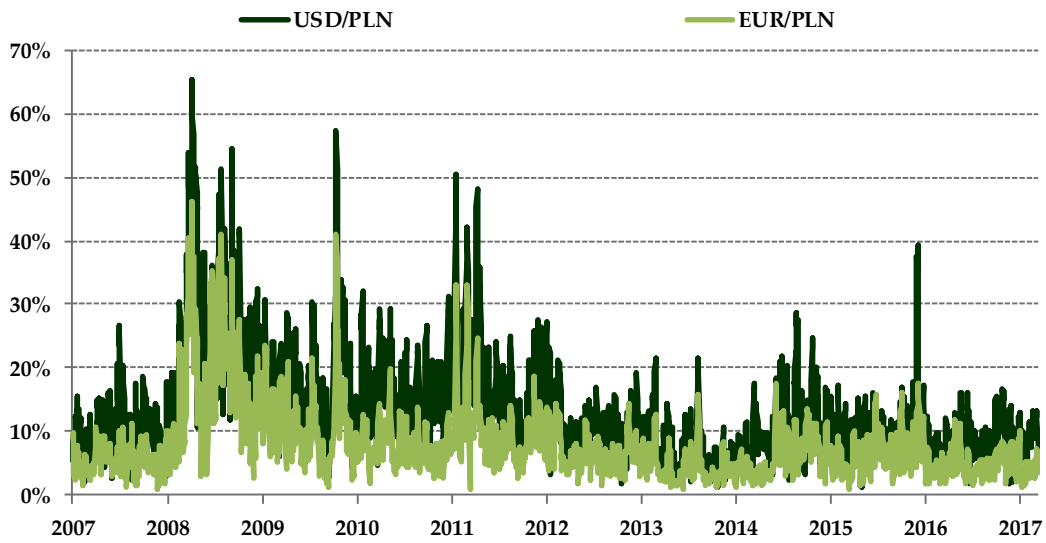
gdzie:  $n(d) = \frac{e^{-d^2/2}}{\sqrt{2\pi}}$

### Przykład 2. Value at Risk dla portfela walutowego

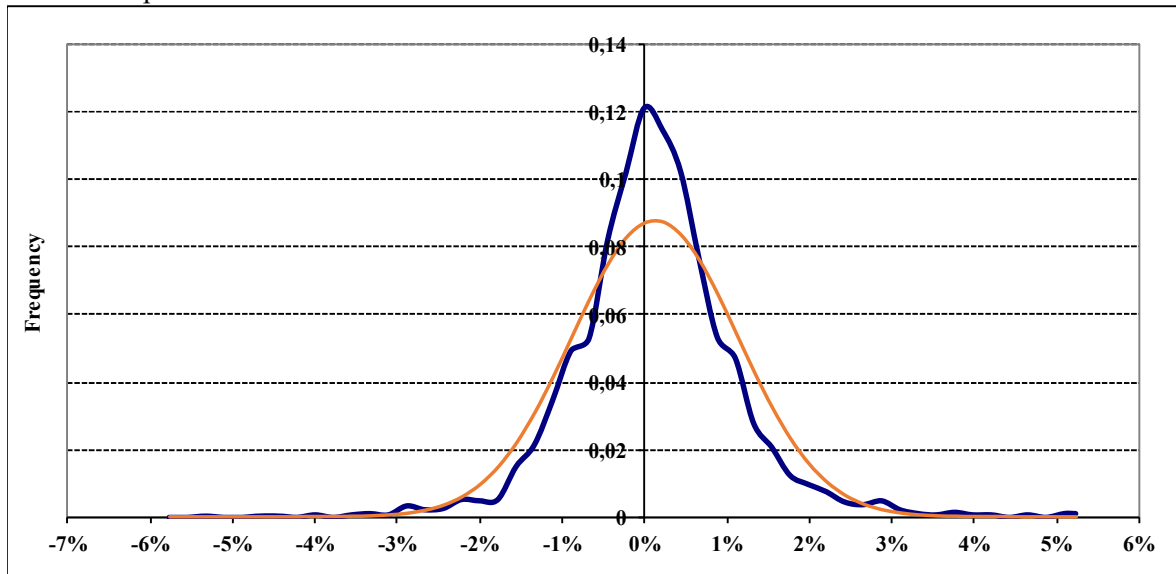
Kursy walutowe USD/PLN i EUR/PLN



Zmienność USD/PLN i EUR/PLN



Rozkład stóp zwrotu USD/PLN



Wariancja portfela przy wykorzystaniu macierz korelacji

	USD	EUR
Struktura portfela	10%	90%
Odchylenie standardowe	1,006%	0,624%

$$\sigma_p^2 = \mathbf{u}^T \mathbf{R} \mathbf{u} = \begin{bmatrix} w_1 \sigma_1 & w_2 \sigma_2 & \dots & w_n \sigma_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \rho_{12} & \dots & \rho_{1n} \\ \rho_{21} & 1 & \dots & \rho_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \rho_{n1} & \rho_{n2} & \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \sigma_1 \\ w_2 \sigma_2 \\ \dots \\ w_n \sigma_n \end{bmatrix}$$

Mnożniki

0,1006%	0,5612%
---------	---------

Macierz korelacji

100,00%	77,25%
77,25%	100,00%

Mnożniki

0,1006%
0,5612%

Wariancja portfela	0,004%
Odchylenie standardowe	0,642%

VaR 1 dzień

a/2	$t_{a/2}$	$s_{rH}$	$V_{t-1}$	VaR
5,00%	1,645	0,642%	100	1,056
2,00%	2,054	0,642%	100	1,319
1,00%	2,326	0,642%	100	1,494

VaR 10 dni. Wykorzystujemy regułę pierwiastka czasu  $VaR_{10} = VaR_1 \sqrt{10}$

a/2	$t_{a/2}$	$s_{rH}$	$V_{t-1}$	VaR
5,00%	1,645	0,642%	100	3,340
2,00%	2,054	0,642%	100	4,170
1,00%	2,326	0,642%	100	4,724

## 1.3 Zarządzanie ryzykiem

### 1.3.1 Strategie konserwatywne i aktywne

**Strategia konserwatywna** to dążenie do pełnego zabezpieczenia przed zmianą wartości (eliminowanie ryzyka), bądź inaczej dążenie do stabilizacji wartości oraz osiągnięcia z góry założonych stóp zwrotu. Większość inwestorów (przedsiębiorstw, banków, instytucji finansowych) stosuje konserwatywną politykę zarządzania ryzykiem. Zabezpieczenie portfela aktywów przy wykorzystaniu instrumentów pochodnych jest nazywane delta neutralnym zabezpieczeniem.

**Strategia aktywna** to wykorzystanie ryzyka w celu zwiększania wartości poprzez zwykle przy wykorzystaniu instrumentów pochodnych. Podejście aktywne jest w Stanach Zjednoczonych jest często nazywane spekulacją. Aktywne strategie zarządzania mogą dawać



bardzo korzystne efekty, ale w przypadku tzw. „szoków” cenowych mogą powodować również znaczne straty.

### 1.3.2 Zapotrzebowanie na kapitał

VaR to zapotrzebowanie na kapitał na pokrycie ryzyka.

### 1.3.3 Limity

Tradycyjnie limity są wyrażane jako wartości bądź czasami ilości zaangażowania. Limity ryzyka mogą być wyrażone w kategoriach VaR, EaR itp. Ryzyko mierzone przy wykorzystaniu np. VaR nie powinno przekroczyć ustalonego limitu  $\overline{\text{VaR}}$ . Limit zależy od przedmiotu działalności jednostki organizacyjnej, struktury portfela inwestycyjnego oraz szczebla decyzyjnego. VaR wyraża szacunkowe maksymalne zmniejszenie wartości aktywów zarządzanych przez daną komórkę. EaR wyraża maksymalną stratę możliwą do poniesienia przez daną komórkę organizacyjną.

### 1.3.4 Ocena decyzji (kontrola ekspozycji)

Tradycyjnymi metodami oceny działalności przedsiębiorstwa bądź banku są:

- analiza historyczna, polegająca na porównaniu mierników oceny dla ostatniego okresu z miernikami dla okresów wcześniejszych,
- analiza konkurencji, polegająca na porównaniu mierników oceny ze współczynnikami osiąganymi przez konkurentów.

Tradycyjne mierniki oceny nie stwarzają motywacji do podejmowania ryzykownych decyzji. Jeśli podmiot gospodarczy osiąga dobre wyniki, to zwykle wszystkie komórki i wszyscy pracownicy korzystają z tych wyników bez względu na podejmowane ryzyko.

**Ocena decyzji podejmowanych w warunkach ryzyka** może i powinna uwzględniać ryzyko związane z przedmiotem działalności komórki organizacyjnej poszczególnych jednostek organizacyjnych przedsiębiorstwa bądź banku. Decyzji związanych z większym ryzykiem nie można oceniać w taki sam sposób, jak decyzji podejmowanych z małym ryzykiem. Komórki organizacyjne mogą być więc "wynagradzane" za osiągnięcie dobrych wyników uwzględniających podejmowane ryzyko oraz "karane" za podejmowanie zbędnego ryzyka.