Strategie walutowe konserwatywne i aktywne. Ocena

Niespodzianka forward

Premia za ryzyko zmian waluty obcej (ang. *foreign currency risk premium*) jest różnicą pomiędzy stopą zmiany kursu waluty obcej a premią forward.

(1) $$r_c = r_d - f = \frac{S_t - F}{S_0}$$

Premia ta jest nazywana również stopą zwrotu kontraktu forward (ang. *forward contract return*) z punktu widzenia inwestora kupującego kontrakt forward, bądź też tzw. „niespodzianką" forward (ang. *forward surprise*).

Pozycja niezabezpieczona

Jeśli stopa zwrotu dla aktywów zagranicznych wynosi r_Z, to stopa zwrotu w walucie krajowej dla niezabezpieczonej pozycji r_N uwzględniająca stopę zmiany kursu waluty zagranicznej r_d wynosi:

(2) $$r_N = (1 + r_z)(1 + r_d) - 1$$

gdzie:
r_Z - stopa zwrotu dla posiadanych aktywów zagranicznych,
r_d - stopa zmiany kursu waluty zagranicznej.

W przybliżeniu jest to:

(3) $$r_N \approx r_z + r_d$$

Jeśli zastosujemy stopy kapitalizacji ciągłej, to mamy

(4) $$\ln(1 + r_N) = \ln(1 + r_z) + \ln(1 + r_d) \qquad \text{bądź} \qquad r_N^* = r_z^* + r_d^*$$

Jeśli założymy, że stopa zwrotu dla aktywów zagranicznych r_Z jest równa stopie procentowej w walucie zagranicznej i_f^N, termin inwestycji wynosi dokładnie rok, oraz premia forward jest równa różnicy wolnych od ryzyka stóp: krajowej i zagranicznej, a więc

(5) $$f \approx \left(i_d^N - i_f^N\right)$$

to stopa zwrotu pozycji niezabezpieczonej dla inwestora kupującego aktywa zagraniczne (bony skarbowe z terminem rocznym) w przybliżeniu wyniesie:

(6) $$r_N \approx i_f^N + r_d = i_d^N + r_d - f = i_d^N + r_c$$

Stopa zwrotu w walucie krajowej jest równa:

- stopie wolnej od ryzyka w walucie zagranicznej powiększonej o stopę zmiany kursu waluty zagranicznej, bądź
- stopie wolnej od ryzyka w walucie krajowej powiększonej o premię za ryzyko zmian waluty zagranicznej.

Stopa zwrotu dla pozycji zabezpieczonej

Zabezpieczenie posiadanej pozycji długiej poprzez sprzedaż kontraktów forward, zapewnia osiągnięcie stopy zwrotu równej:

(7) $$r_H = r_N + h(r_d - f)$$

Ujemna wartość współczynnika zabezpieczenia h (ang. *hedge ratio*) oznacza, że należy sprzedać kontrakty forward bądź futures[1].

Aby zabezpieczyć przed ryzykiem zarówno kapitał (np. lokatę walutową w banku zagranicznym), jak i odsetki otrzymywane w walucie zagranicznej, współczynnik zabezpieczenia powinien wynosić h= -(1+r_z*T). Przy pełnym zabezpieczeniu pozycji przed ryzykiem kursowym oraz dla T=1 powyższy wzór przyjmuje postać:

(8) $$r_H = (1+r_z)(1+r_d) - 1 - (1+r_z)(r_d - f) = (1+r_z)(1+f) - 1$$

Jeśli kurs forward jest wyznaczany zgodnie z formułą pokrytego parytetu procentowego, to stopę zwrotu dla pozycji zabezpieczonej możemy więc zapisać w postaci:

(9) $$r_H = (1+r_z)(1+f) - 1 = (1+r_z)\frac{F}{S_0} - 1 = (1+r_z)\frac{\left(1+i_d^N T\right)}{\left(1+i_f^N T\right)} - 1$$

Jeśli ponadto założymy, że stopa zwrotu dla aktywów zagranicznych r_z jest równa stopie procentowej w walucie zagranicznej i_f^N, to zachodzi:

(10) $$r_H = i_d^N T$$

Zatem **stopa zwrotu dla w pełni zabezpieczonej inwestycji za granicą jest równa stopie zwrotu dla inwestycji w kraju**. W pełni zabezpieczona kontraktem forward otwarta pozycja walutowa daje te same korzyści co lokata na rynku międzybankowym (przy założeniu, że stopy procentowe są stopami z rynku międzybankowego) bądź korzyści z zakupu bonów skarbowych (przy założeniu, że stopy procentowe są stopami wolnymi od ryzyka).

Zabezpieczenie posiadanej pozycji długiej poprzez sprzedaż kontraktów forward, zapewnia osiągnięcie stopy zwrotu równej:

(11) $$r_H = (1+r_z)(1+r_d) - 1 + h(r_d - f) \approx r_z + r_d + h(r_d - f)$$

gdzie:
r_z - stopa zwrotu dla posiadanych aktywów zagranicznych,
r_d - stopa zmiany kursu waluty zagranicznej,
h - współczynnik zabezpieczenia,
f - premia forward.

Współczynnik zabezpieczenia h można zastąpić wyrażeniem h=H-1. Współczynnik H jest nazywany współczynnikiem ekspozycji na ryzyko walutowe (ang. *currency exposure ratio*). Jeśli pozycja walutowa długa jest zabezpieczona, H przyjmuje wartość 0, jeśli jest niezabezpieczona H przyjmuje wartość 1.

[1] W przypadku sprzedaży instrumentów pochodnych (w tym kontraktów forward bądź futures) współczynnik zabezpieczenia ma wartość ujemną, w przypadku zakupu ma wartość dodatnią. Jest to bardzo wygodna konwencja, która ma znaczenie przy złożonych z wielu instrumentów strategiach zabezpieczania pozycji przy wykorzystaniu instrumentów pochodnych. Znak współczynnika h informuje o tym, co powinniśmy zrobić: sprzedać czy kupić.

Stopa zwrotu może być wyznaczona w przybliżeniu na podstawie wzoru:

(12) $r_H \approx r_z + r_d + (H-1)(r_d - f) = r_z + f + H(r_d - f)$

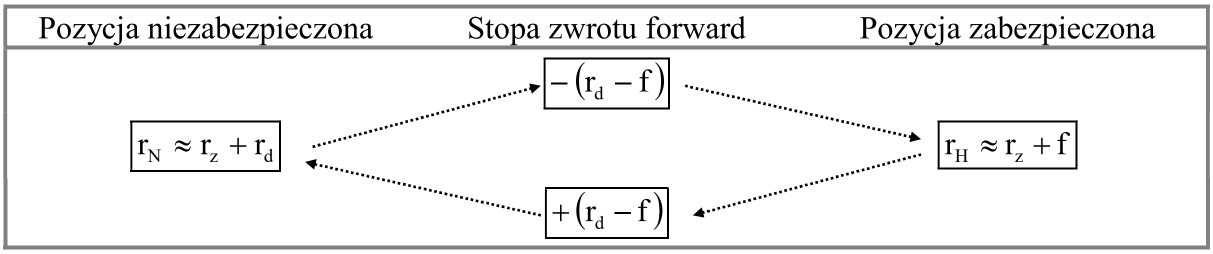
Dla H=1 (pozycja niezabezpieczona) stopa zwrotu jest równa stopie zwrotu dla posiadanych aktywów zagranicznych powiększonej o (nie znaną z góry) stopę zmiany kursu waluty zagranicznej:

(13) $r_N \approx r_z + r_d$

Dla H=0 (pozycja zabezpieczona) stopa zwrotu jest równa stopie zwrotu dla aktywów zagranicznych powiększonej o premię forward (obie wielkości są znane z góry):

(14) $r_H \approx r_z + f$

Zależności pomiędzy stopą zwrotu dla pozycji zabezpieczonej oraz stopą zwrotu dla pozycji niezabezpieczonej są przedstawione na poniższym rysunku.



Rys. 1. Pozycja niezabezpieczona i zabezpieczona

Źródło: R.G. Clarke, M.P. Kritzman, *Currency Management: Concepts and Practices*, The Research Foundation of The Institute of Chartered Financial Analysts 1996, s. 11.

Przykład 1. Wartość pozycji walutowej zabezpieczonej kontraktem futures

Walutowy kontrakt futures ma 20 dni do wygaśnięcia. Wartość jednego kontraktu wynosi 10000 tys. USD. Depozyt zabezpieczający (górny limit) wynosi 8% wartości otwartej pozycji. Minimalny depozyt stanowi 75% depozytu początkowego.
Nadwyżka środków pieniężnych na rachunku depozytowym jest wycofywana w następnym dniu.
Inwestor A ma należność 10 000 USD. Inwestor B ma zobowiązanie 10 000 USD.
Każdy z nich zamierza w pełni zabezpieczyć kompletnie pozycję na rynku futures.
Kursy spot i futures w ciągu 20 dni podano w kol. 2 i 3 rozwiązania.

Polecenia:

1. Przedstawić wartość pozycji niezabezpieczonej, wartość pozycji w kontraktach futures oraz wartość pozycji zabezpieczonej kontraktami futures, wpłaty i stan konta zabezpieczającego inwestora A - sprzedającego futures oraz inwestora B - kupującego futures.
2. Przedstawić graficznie kursy spot i kursy futures w okresie 20 dni, stan konta kupującego wartość pozycji futures oraz wartość pozycji zabezpieczonej dla kupującego futures.

Rozwiązanie

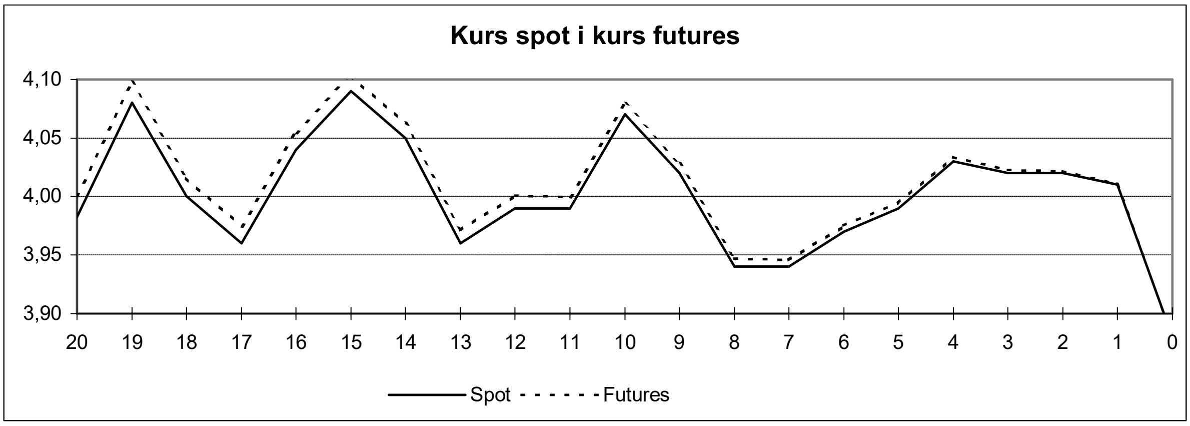
tys. zł

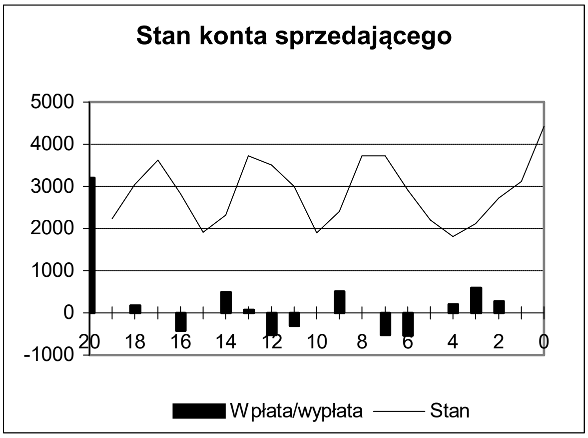
Ad 1. Znak - wypłata Znak - wypłata

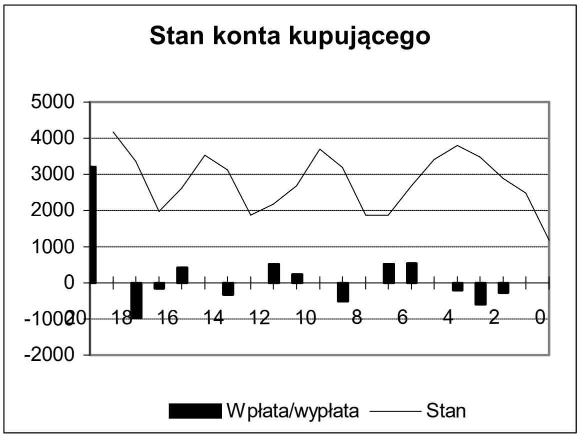
Dni	Kurs spot	Kurs futures	Wart. dla sprzedającego należn. St	futures F - Ft	poz. zab. St+F-Ft	Konto Wpłata	Stan	Wartość dla kupującego zobow. - St	futures Ft - F	poz. zab. -St+Ft-F	Konto Wpłata	Stan
20	3,98	4,000	39823		39823	3200		-39823		-39823	3200	
19	4,08	4,097	40800	-972	39828		2228	-40800	972	-39828		4172
18	4,00	4,016	40000	-160	39840	172	3040	-40000	160	-39840	-972	3360
17	3,96	3,975	39600	251	39851		3623	-39600	-251	-39851	-160	1977
16	4,04	4,054	40400	-543	39857	-423	2829	-40400	543	-39857	423	2612
15	4,09	4,104	40900	-1036	39864		1913	-40900	1036	-39864		3527
14	4,05	4,063	40500	-626	39874	487	2324	-40500	626	-39874	-327	3117
13	3,96	3,971	39600	286	39886	76	3722	-39600	-286	-39886		1878
12	3,99	4,001	39900	-6	39894	-522	3506	-39900	6	-39894	522	2170
11	3,99	4,000	39900	3	39903	-306	2993	-39900	-3	-39903	230	2683
10	4,07	4,079	40700	-790	39910		1894	-40700	790	-39910		3706
9	4,02	4,028	40200	-280	39920	506	2404	-40200	280	-39920	-506	3196
8	3,94	3,947	39400	530	39930		3720	-39400	-530	-39930		1880
7	3,94	3,946	39400	539	39939	-520	3729	-39400	-539	-39939	520	1871
6	3,97	3,975	39700	247	39947	-529	2917	-39700	-247	-39947	529	2683
5	3,99	3,994	39900	56	39956		2197	-39900	-56	-39956		3403
4	4,03	4,034	40300	-336	39964	203	1805	-40300	336	-39964	-203	3795
3	4,02	4,023	40200	-227	39973	595	2118	-40200	227	-39973	-595	3482
2	4,02	4,022	40200	-218	39982	282	2721	-40200	218	-39982	-282	2879
1	4,01	4,011	40100	-109	39991		3113	-40100	109	-39991		2487
	3,88	3,880	38800	1200	40000		4422	-38800	-1200	-40000		1178
				wpłaty netto		3222			wpłaty netto		2378	
				saldo		1200			saldo		-1200	
				st. zwrotu		37%			st. zwrotu		-50%	

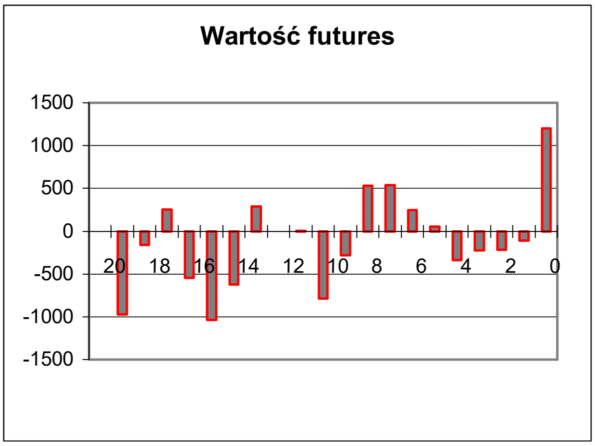
Wartość pozycji w terminie wygaśnięcia futures wynika z ceny futures z dnia otwarcia pozycji.

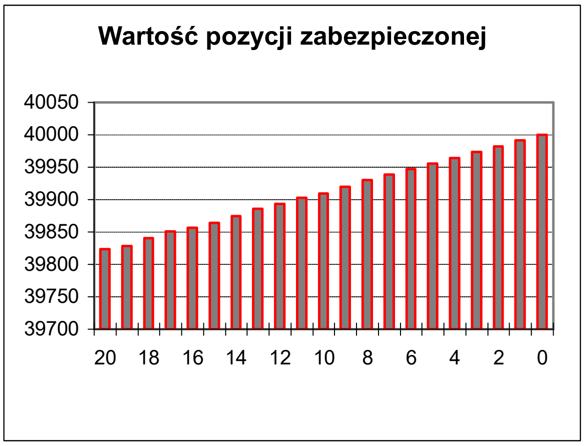
Ad 2.
Poniższy rysunek pokazuje zbieżność kursu futures do kursu spot.











Wartość pozycji zabezpieczonej rośnie liniowo do poziomu określonego przez kurs forward z dnia otwarcia pozycji. Przed terminem wygaśnięcia wartość pozycji zabezpieczonej jest niższa.

Przykład 2. Zabezpieczenie pozycji walutowej

Bank ma otrzymać 10 mln USD za 1 rok (wykup bonów). Stopa zwrotu YTM= 5%.
Kurs spot = 4,00 zł/USD,
Stopa wolna od ryzyka w kraju wynosi 12%.
Stopa wolna od ryzyka za granicą wynosi 5%.

Polecenia:

1. Wyznaczyć stopę zwrotu w walucie krajowej, gdy kurs spot zmieni się o +- 10%, 20%, 30% ?
2. Wyznaczyć stopę zwrotu w walucie krajowej, gdy pozycja jest zabezpieczona transakcją forward. Wyznaczyć kurs forward.
   Jakie są korzyści/straty w stosunku do pozycji niezabezpieczonej ?
   Porównać stopę korzyści dla pozycji zabezpieczonej ze stopą wolną od ryzyka w kraju.
3. Wyznaczyć stopę zwrotu w walucie krajowej dla strategii covered call oraz strategii protective put.
   Kurs bazowy = 4,00 zł/USD, odchylenie standardowe 10%.
4. Jak zabezpieczyć się przed ryzykiem walutowym przy wykorzystaniu transakcji swap ?
   Przedstawić strumienie pieniężne transakcji swap zawartej na 1 rok.
   Jakie transakcje na rynku kapitałowym replikują swap walutowy ?

Rozwiązanie

Ad 1.

Sytuacja w t=0

Ekspozycja netto w wal. zagr.	9,524	mln USD
Kurs spot	4,00	zł/USD
Wartość w walucie krajowej	38,095	mln zł

Pozycja niezabezpieczona w t=1

Stopa zmiany kursu spot	-30,0%	-20,0%	-10,0%	0,0%	10,0%	20,0%	30,0%
Ekspozycja netto w wal. zagr.	10,000	10,000	10,000	10,000	10,000	10,000	10,000
Kurs spot	2,80	3,20	3,60	4,00	4,40	4,80	5,20
Wartość w walucie krajowej pozycji niezabezpieczonej	28,000	32,000	36,000	40,000	44,000	48,000	52,000
Stopa zwr. w walucie krajowej	-26,5%	-16,0%	-5,5%	5,0%	15,5%	26,0%	36,5%
Stopa zwrotu dla aktywów dewiz. r_z	5,0%	5,0%	5,0%	5,0%	5,0%	5,0%	5,0%
St. zmiany kursu waluty obcej r_d	-30,0%	-20,0%	-10,0%	0,0%	10,0%	20,0%	30,0%
Stopa zwrotu w walucie krajowej $(1+r_z)(1+r_d)-1$	-26,5%	-16,0%	-5,5%	5,0%	15,5%	26,0%	36,5%
Stopa zwrotu w walucie krajowej w przybliżeniu r_z+r_d	-25,0%	-15,0%	-5,0%	5,0%	15,0%	25,0%	35,0%

Ad 2.

Pozycja zabezpieczona kontraktem forward

Kurs forward 4,27

Termin t=1

Stopa zmiany kursu spot	-30,0%	-20,0%	-10,0%	0,0%	10,0%	20,0%	30,0%
Ekspozycja netto w wal. zagr.	10,000	10,000	10,000	10,000	10,000	10,000	10,000
Kurs forward	4,27	4,27	4,27	4,27	4,27	4,27	4,27
Wartość w walucie krajowej	42,667	42,667	42,667	42,667	42,667	42,667	42,667
Stopa zwrotu w walucie krajowej	12,0%	12,0%	12,0%	12,0%	12,0%	12,0%	12,0%
Korzyści/straty w stos. do poz. niezabezpieczonej	14,667	10,667	6,667	2,667	-1,333	-5,333	-9,333
Korzyści z tytułu zabezpieczenia	38,5%	28,0%	17,5%	7,0%	-3,5%	-14,0%	-24,5%
St. zm. kursu wal. obcej $r_d = S/S_0 - 1$	-30,0%	-20,0%	-10,0%	0,0%	10,0%	20,0%	30,0%
- premia forward $f = F/S_0 - 1$	6,7%	6,7%	6,7%	6,7%	6,7%	6,7%	6,7%
St. zwr. dla kontraktu forward: $(S-F)/S_0 = r_d-f$	-36,7%	-26,7%	-16,7%	-6,7%	3,3%	13,3%	23,3%
Wsp. zabezpieczenia h	-1,05	-1,05	-1,05	-1,05	-1,05	-1,05	-1,05
Korzyści z tyt. zabezp. $h*(r_d-f)$	38,5%	28,0%	17,5%	7,0%	-3,5%	-14,0%	-24,5%
+ stopa zwr. w walucie krajowej $(1+r_z)(1+r_d)-1$	-26,5%	-16,0%	-5,5%	5,0%	15,5%	26,0%	36,5%
St. zwr. dla pozycji zabezpieczonej: $(1+r_z)(1+r_d)-h*(rd-f)$	12,0%	12,0%	12,0%	12,0%	12,0%	12,0%	12,0%
W przybliżeniu:							
Stopa zwrotu $r_z+ f$	11,7%	11,7%	11,7%	11,7%	11,7%	11,7%	11,7%
Wsp. ekspozycji H=h+1	-5,0%	-5,0%	-5,0%	-5,0%	-5,0%	-5,0%	-5,0%
Wsp.eksp.*st. zwr. forward $H*(r_d-f)$	1,8%	1,3%	0,8%	0,3%	-0,2%	-0,7%	-1,2%
Stopa zwrotu w walucie krajowej w przybliżeniu $r_z+ f +H(r_d-f)$	13,5%	13,0%	12,5%	12,0%	11,5%	11,0%	10,5%
Błąd przybliżenia $r_z r_d$	-1,5%	-1,0%	-0,5%	0,0%	0,5%	1,0%	1,5%
Korzyści ogółem							
ΔS	-10,095	-6,095	-2,095	1,905	5,905	9,905	13,905
ΔF	-13,968	-10,159	-6,349	-2,540	1,270	5,079	8,889
$\Delta V=\Delta S+h\Delta F$	4,571	4,571	4,571	4,571	4,571	4,571	4,571

Ad 3.

Zabezpieczenie - wystawienie CALL

Premia call - wyznaczona na podstawie modelu BS 0,3097 zł/USD

Mierniki wrażliwości

Delta	Gamma	Theta	Rho	Vega
0,77	0,79	0,00	0,03	0,01

Równoważny współczynnik zabezpieczenia -1

Stopa zmiany kursu spot	-30,0%	-20,0%	-10,0%	0,0%	10,0%	20,0%	30,0%
Zysk - otrzymana premia	3,097	3,097	3,097	3,097	3,097	3,097	3,097
Strata, gdy kurs rzeczywisty w t=1 jest większy niż kurs bazowy	0,000	0,000	0,000	0,000	-4,000	-8,000	-12,000
Zysk/strata w transakcji CALL	3,097	3,097	3,097	3,097	-0,903	-4,903	-8,903
Wartość poz. niezabezpieczonej	28,000	32,000	36,000	40,000	44,000	48,000	52,000
Ogółem wartość w wal. krajowej	31,097	35,097	39,097	43,097	43,097	43,097	43,097
Stopa zwr. w walucie krajowej	-18,4%	-7,9%	2,6%	13,1%	13,1%	13,1%	13,1%
Korzyści ogółem							
ΔS	-10,095	-6,095	-2,095	1,905	5,905	9,905	13,905
ΔC	-3,097	-3,097	-3,097	-3,097	0,903	4,903	8,903
ΔV=ΔS+hΔC	-6,998	-2,998	1,002	5,002	5,002	5,002	5,002

Delta neutralny współczynnik zabezpieczenia $h=-\Delta I/\Delta_c$ -1,293

Stopa zmiany kursu spot	-30,0%	-20,0%	-10,0%	0,0%	10,0%	20,0%	30,0%
Zysk - otrzymana premia	4,004	4,004	4,004	4,004	4,004	4,004	4,004
Strata, gdy kurs rzeczywisty w t=1 jest większy niż kurs bazowy	0,000	0,000	0,000	0,000	-5,172	-10,344	-15,516
Zysk/strata w transakcji CALL	4,004	4,004	4,004	4,004	-1,168	-6,340	-11,512
Wartość poz. niezabezpieczonej	28,000	32,000	36,000	40,000	44,000	48,000	52,000
Ogółem wartość w wal. krajowej	32,004	36,004	40,004	44,004	42,832	41,660	40,488
Stopa zwr. w walucie krajowej	-16,0%	-5,5%	5,0%	15,5%	12,4%	9,4%	6,3%
Korzyści ogółem							
ΔS	-10,095	-6,095	-2,095	1,905	5,905	9,905	13,905
ΔC	-3,097	-3,097	-3,097	-3,097	0,903	4,903	8,903
ΔV=ΔS+hΔC	-6,091	-2,091	1,909	5,909	4,737	3,565	2,393

Zabezpieczenie - zakup PUT

Premia put - wyznaczona na podstawie modelu BS 0,0525 zł/USD

Mierniki wrażliwości

Delta	Gamma	Theta	Rho	Vega
-0,23	0,79	0,00	-0,01	0,01

Równoważny współczynnik zabezpieczenia 1

Stopa zmiany kursu spot	-30,0%	-20,0%	-10,0%	0,0%	10,0%	20,0%	30,0%
Strata - zapłacona premia	-0,525	-0,525	-0,525	-0,525	-0,525	-0,525	-0,525
Zysk, gdy kurs rzeczywisty w t=1 jest mniejszy niż kurs bazowy	12,000	8,000	4,000	0,000	0,000	0,000	0,000
Zysk/strata w transakcji PUT	11,475	7,475	3,475	-0,525	-0,525	-0,525	-0,525
Wartość poz. niezabezpieczonej	28,000	32,000	36,000	40,000	44,000	48,000	52,000
Ogółem wartość w wal. krajowej	39,475	39,475	39,475	39,475	43,475	47,475	51,475
Stopa zwr. w walucie krajowej	3,6%	3,6%	3,6%	3,6%	14,1%	24,6%	35,1%
Korzyści ogółem							
ΔS	-10,095	-6,095	-2,095	1,905	5,905	9,905	13,905
ΔP	11,475	7,475	3,475	-0,525	-0,525	-0,525	-0,525
ΔV=ΔS+hΔP	1,380	1,380	1,380	1,380	5,380	9,380	13,380

Delta neutralny współczynnik zabezpieczenia $h=-\Delta I/\Delta_p$ 4,413

Stopa zmiany kursu spot	-30,0%	-20,0%	-10,0%	0,0%	10,0%	20,0%	30,0%
Strata - zapłacona premia	-2,315	-2,315	-2,315	-2,315	-2,315	-2,315	-2,315
Zysk, gdy kurs rzeczywisty w t=1 jest mniejszy niż kurs bazowy	52,950	35,300	17,650	0,000	0,000	0,000	0,000
Zysk/strata w transakcji PUT	50,636	32,986	15,335	-2,315	-2,315	-2,315	-2,315
Wartość poz. niezabezpieczonej	28,000	32,000	36,000	40,000	44,000	48,000	52,000
Ogółem wartość w wal. krajowej	78,636	64,986	51,335	37,685	41,685	45,685	49,685
Stopa zwr. w walucie krajowej	106,4%	70,6%	34,8%	-1,1%	9,4%	19,9%	30,4%
Korzyści ogółem							
ΔS	-10,095	-6,095	-2,095	1,905	5,905	9,905	13,905
ΔP	11,475	7,475	3,475	-0,525	-0,525	-0,525	-0,525
ΔV=ΔS+hΔP	40,540	26,890	13,240	-0,410	3,590	7,590	11,590

Ad 4.

Aby zabezpieczyć się przed ryzykiem walutowym przy wykorzystaniu transakcji swap inwestor chciałby otrzymywać odsetki w walucie krajowej i płacić w walucie zagranicznej.

Wpływy (t=0)	9,5 mln USD			
Wydatki (t=0)	38,1 mln zł	kurs	4,0	zł/USD
Wpływy (t=1)	42,7 mln zł			
Wydatki (t=1)	10,0 mln USD	kurs	4,3	zł/USD

Zakup bonów skarbowych w Polsce, emisja rocznych papierów za granicą replikują swap. Obie obligacje muszą mieć identyczne warunki jak swap (okres, płatność odsetek, stopy kuponowe).

Przykład 3. Minimalizacja ryzyka

Dane są informacje historyczne dotyczące cen dla pięciu instrumentów finansowych:

t	P_1 *zł/USD*	P_2 *zł/DM*	P_3 *zł/GBP*	P_4 *zł/FRF*	P_5 *WIB-20*
0	3,5230	1,9405	5,7584	0,5791	1542,70
1	3,4900	1,9400	5,7562	0,5786	1547,60
2	3,4620	1,9340	5,7489	0,5779	1606,00
3	3,4610	1,9390	5,7973	0,5784	1675,20
4	3,4650	1,9330	5,7972	0,5768	1626,60
5	3,4790	1,9350	5,8012	0,5767	1642,70
6	3,4730	1,9345	5,7961	0,5765	1654,90
7	3,4690	1,9255	5,7991	0,5744	1630,20
8	3,4730	1,9295	5,7845	0,5760	1636,60
9	3,4965	1,9425	5,8226	0,5796	1628,00
10	3,4730	1,9295	5,7845	0,5760	1617,80

Obecna struktura portfela inwestycyjnego jest następująca:

1	2	3	4	5
20,0%	20,0%	10,0%	15,0%	35,0%

Polecenia:

1. Wyznaczyć proste i logarytmiczne stopy zwrotu.
2. Wyznaczyć odchylenia standardowe z próby.
3. Wyznaczyć macierz wariancji i kowariancji oraz wariancję portfela.
4. Wyznaczyć macierz współczynników korelacji oraz wariancję portfela.
5. Wyznaczyć średnie stopy oraz średnią stopę dla całego portfela.
6. Wyznaczyć optymalną strukturę przyjmując, że funkcja wyboru nakazuje wyłącznie minimalizację ryzyka mierzonego wariancją portfela.
7. Wyznaczyć potencjalną stratę (VaR), gdy wartość portfela inwestycyjnego wynosi 100 mln zł. Poziom istotności wynosi: 5,00%.

Rozwiązanie

Ad 1.

Proste stopy zwrotu

t	1	2	3	4	5
1	-0,937%	-0,026%	-0,038%	-0,086%	0,318%
2	-0,802%	-0,309%	-0,127%	-0,121%	3,774%
3	-0,029%	0,259%	0,842%	0,087%	4,309%
4	0,116%	-0,309%	-0,002%	-0,277%	-2,901%
5	0,404%	0,103%	0,069%	-0,017%	0,990%
6	-0,172%	-0,026%	-0,088%	-0,035%	0,743%
7	-0,115%	-0,465%	0,052%	-0,364%	-1,493%
8	0,115%	0,208%	-0,252%	0,279%	0,393%
9	0,677%	0,674%	0,659%	0,625%	-0,525%
10	-0,672%	-0,669%	-0,654%	-0,621%	-0,627%

Logarytmiczne stopy zwrotu

t	1	2	3	4	5
1	-0,941%	-0,026%	-0,038%	-0,086%	0,317%
2	-0,806%	-0,310%	-0,127%	-0,121%	3,704%
3	-0,029%	0,258%	0,838%	0,086%	4,219%
4	0,116%	-0,310%	-0,002%	-0,277%	-2,944%
5	0,403%	0,103%	0,069%	-0,017%	0,985%
6	-0,173%	-0,026%	-0,088%	-0,035%	0,740%
7	-0,115%	-0,466%	0,052%	-0,365%	-1,504%
8	0,115%	0,208%	-0,252%	0,278%	0,392%
9	0,674%	0,671%	0,656%	0,623%	-0,527%
10	-0,674%	-0,671%	-0,656%	-0,623%	-0,629%

Ad 2.

Odchylenia standardowe z próby:

	1	2	3	4	5
σ	0,524%	0,395%	0,427%	0,344%	2,176%

Ad 3.

Macierz wariancji i kowariancji

V =

	1	2	3	4	5
1	0,002%	0,001%	0,001%	0,001%	-0,003%
2	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,002%
3	0,001%	0,001%	0,002%	0,001%	0,003%
4	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,002%
5	-0,003%	0,002%	0,003%	0,002%	0,043%

Uwaga: Wariancje na głównej diagonali wyznaczone przy wykorzystaniu funkcji COVAR (Excel) są wariancjami z populacji (a nie z próby).

$$w^T = \begin{vmatrix} 20{,}0\% & 20{,}0\% & 10{,}0\% & 15{,}0\% & 35{,}0\% \end{vmatrix}$$

$$w = \begin{vmatrix} 20{,}0\% \\ 20{,}0\% \\ 10{,}0\% \\ 15{,}0\% \\ 35{,}0\% \end{vmatrix}$$

Wariancja portfela $\sigma_P^2 = w^T V w = 0{,}006\%$

Ad 4.

Macierz współczynników korelacji:

R =

	1	2	3	4	5
1	1,000	0,633	0,532	0,604	-0,244
2	0,633	1,000	0,724	0,967	0,265
3	0,532	0,724	1,000	0,640	0,327
4	0,604	0,967	0,640	1,000	0,243
5	-0,244	0,265	0,327	0,243	1,000

$$u^T = \begin{vmatrix} 0{,}1\% & 0{,}1\% & 0{,}0\% & 0{,}0\% & 0{,}7\% \end{vmatrix}$$

$$u = \begin{vmatrix} 0{,}1\% \\ 0{,}1\% \\ 0{,}0\% \\ 0{,}0\% \\ 0{,}7\% \end{vmatrix}$$

Wariancja portfela $\sigma_P^2 = u^T R u$ = 0,006%

Ad 5.
Średnie stopy

$$\begin{vmatrix} -0{,}143\% & -0{,}057\% & 0{,}045\% & -0{,}054\% & 0{,}475\% \end{vmatrix}$$

Wartość oczekiwana dla portfela = 0,123%

Ad 6.
Struktura portfela

	w_1	w_2	w_3	w_4	w_5
obecna	20,0%	20,0%	10,0%	15,0%	35,0%
optymalna	1,2%	0,0%	21,3%	77,5%	0,0%

Wartość oczekiwana optymalna = -0,034%

Wartość funkcji wyboru (wariancja)
dla obecnej struktury = 0,006%
dla optymalnej struktury = 0,001%

Korzyści z optymalizacji = 59,0%
(zmniejszenie ryzyka mierzonego odchyleniem standardowym)

Ad 7.

$\alpha/2 =$	5%
$t_{0,05} =$	1,645

$$V = \left[w_1 t_{0,05}\sigma_1 \quad w_2 t_{0,05}\sigma_2 \quad w_3 t_{0,05}\sigma_3 \quad w_4 t_{0,05}\sigma_4 \quad w_5 t_{0,05}\sigma_5 \right]$$

$$V = \begin{vmatrix} 0{,}002 & 0{,}001 & 0{,}001 & 0{,}001 & 0{,}013 \end{vmatrix}$$

$$V^T = \begin{vmatrix} 0{,}002 \\ 0{,}001 \\ 0{,}001 \\ 0{,}001 \\ 0{,}013 \end{vmatrix}$$

$$VaR \cong \sqrt{VRV^T}\, V_{t-1}$$

$VaR =$ 1,349% * 100 = 1,349 mln zł
$VaR^{opt} =$ 0,553% * 100 = 0,553 mln zł

Optymalizacja stopy zwrotu dla pozycji zabezpieczonej

Model optymalizacyjny może mieć zatem następującą funkcję wyboru:

$$\text{(15)} \quad E(r_z) + f + H\left[E(r_d) - f\right] - \alpha\left(\sigma^2_{r_z} + H^2\sigma^2_{r_d} + 2H\rho_{r_z r_d}\sigma_{r_z}\sigma_{r_d}\right)$$

gdzie:
$E(r_z)$- wartość oczekiwana stopy zwrotu dla posiadanych aktywów zagranicznych,
f - premia forward,
$E(r_d) - f$ oczekiwana stopa zwrotu kontraktu forward („niespodzianka forward"),
$E(r_d)$- wartość oczekiwana stopy zmiany kursu waluty obcej,
H - współczynnik ekspozycji na ryzyko walutowe,
α - współczynnik ostrożności,
$\sigma^2_{r_z}$ - wariancja stóp zwrotu dla portfela aktywów zagranicznych,
$\sigma^2_{r_d}$ - wariancja stóp zmian kursu waluty obcej,
$\rho_{r_z r_d}\sigma_{r_z}\sigma_{r_d}$ - kowariancja stóp zwrotu dla portfela aktywów zagranicznych i stóp zmian kursu waluty obcej,
$\rho_{r_z r_d}$ - współczynnik korelacji stóp zwrotu dla portfela aktywów zagranicznych i stóp zmian kursu waluty obcej.

Funkcja wyboru nakazuje maksymalizację oczekiwanej stopy zwrotu dla zabezpieczonego portfela walutowego, obciążonej ryzykiem mierzonym wariancją stóp zwrotu dla tego portfela.

Ocena decyzji

Ocena decyzji dotyczących zarządzania walutami i ryzykiem jest teoretycznie prosta. Należy policzyć wartość dodaną uzyskaną dzięki stosowaniu aktywnej polityki walutowej i porównać ją z wartością dodaną dla innej polityki walutowej, będącej punktem odniesienia (ang. benchmark). Więcej kłopotów sprawia dekompozycja wartości dodanej w celu ustalenia przyczyn wzrostu bądź spadku wartości portfela walutowego. Tymi przyczynami mogą być:

- aktywna polityka zarządzania portfelem (ang. *active asset management*) polegająca na wyborze odpowiednich instrumentów finansowych (aktywów zagranicznych),
- alokacja aktywów (ang. *asset allocation*), czyli wybór struktury aktywów zagranicznych,
- alokacja walut (ang. *currency allocation*), a więc wybór odpowiednich walut.

Omówione zostaną trzy stosowane w praktyce metody analizy:

- analiza korzyści absolutnych (ang. *absolute contribution analysis*),
- analiza korzyści względnych (ang. *relative contribution analysis*),
- analiza korzyści w przypadku zastosowania instrumentów pochodnych.

Korzyści są wyliczane w stosunku do pewnego portfela odniesienia. Jeśli portfel w momencie t=1 jest porównywany z portfelem momentu t=0, to wyznaczone korzyści i ich dekompozycja mogą nie uwzględniać dokładnie tego co działo się w okresie pomiędzy t=0 i t=1. Trzy metody dają taki sam wynik ogółem, lecz inaczej rozdzielają korzyści pomiędzy poszczególne pozycje walutowe.

Rzeczywiście osiągana stopa zwrotu dla całego portfela walutowego przy stosowaniu aktywnej polityki walutowej może być wyznaczona na podstawie wzoru:

(16) $$r_P = \sum_i w_i \left[r_z^i + f_i \right] + \sum_j H_j \left[r_d^j - f_j \right]$$

gdzie:

w_i - udział aktywa i w portfelu walutowym,

r_z^i - stopa zwrotu dla aktywa zagranicznego i,

f_i - premia forward dla waluty i,

H_j - współczynnik ekspozycji na ryzyko zmian kursu waluty j,

r_d^j - stopa zmiany kursu waluty obcej j.

Stopa zwrotu dla portfela walutowego, traktowanego jako punkt odniesienia (elementy tego portfela są oznaczane symbolem $\sim$), może być wyznaczona na podstawie wzoru:

(17) $$\tilde{r}_P = \sum_i \tilde{w}_i \left[\tilde{r}_z^i + f_i \right] + \sum_j \tilde{H}_j \left[r_d^j - f_j \right] = \tilde{r}_P^z + \tilde{r}_P^d$$

gdzie:

(18) $\tilde{r}_P^z = \sum_i \tilde{w}_i \left[\tilde{r}_z^i + f_i \right]$ - wymagana stopa zwrotu dla zabezpieczonych aktywów dewizowych,

(19) $\tilde{r}_P^d = \sum_j \tilde{H}_j \left[r_d^j - f_j \right]$ - wymagana stopa zwrotu dla walut.

Oznaczmy różnicę pomiędzy stopą zwrotu dla aktywów zagranicznych, a stopą wymaganą dla aktywów zagranicznych w sposób następujący:

(20) $$\Delta r_z^i = r_z^i - \tilde{r}_z^i$$

Oznaczmy również:

(21) $$\Delta w_i = w_i - \tilde{w}_i$$

(22) $$\Delta H_j = H_j - \tilde{H}_j$$

Metoda korzyści absolutnych polega na ustaleniu różnicy pomiędzy rzeczywistą osiąganą stopą zwrotu dla całego portfela walutowego przy stosowaniu aktywnej polityki walutowej a stopą zwrotu dla polityki pasywnej. Wartość dodana wynosi:

(23) $$r_P - \tilde{r}_P = \sum_i w_i \Delta r_z^i + \sum_i \Delta w_i \left[\tilde{r}_z^i + f_i \right] + \sum_j \Delta H_j \left[r_d^j - f_j \right] + e$$

$\sum_i w_i \Delta r_z^i$ - efekt wyboru aktywów zagranicznych (aktywnej polityki zarządzania),

$\sum_i \Delta w_i \left[\tilde{r}_z^i + f_i \right]$ - efekt wyboru właściwej struktury aktywów zagranicznych (alokacji),

$\sum_j \Delta H_j \left[r_d^j - f_j \right]$ - efekt wyboru właściwych walut zagranicznych i właściwych decyzji zakupu / sprzedaży kontraktów forward bądź futures.

Ostatni składnik e (zwykle bliski zeru) może wynikać z zaokrągleń.

Metoda korzyści względnych polega na odmiennym sposobie dekompozycji wartości dodanej. Korzyści z tytułu alokacji aktywów oraz korzyści z tytułu alokacji walut są odnoszone w stosunku do odpowiednich średnich. Powoduje to odmienne (relatywne) wyznaczenie tych dwóch rodzajów korzyści dla każdej pozycji walutowej.

Wartość dodana wynosi:

(24) $$r_P - \tilde{r}_P = \sum_i w_i \Delta r_z^i + \sum_i \Delta w_i \left[\tilde{r}_z^i + f_i - \tilde{r}_P^z\right] + \sum_j \Delta H_j \left[r_d^j - f_j - \tilde{r}_P^d\right] + e$$

Metoda uwzględniająca korzyści wynikające z zastosowania instrumentów pochodnych ustala wartość dodaną na podstawie wzoru:

(25) $$r_P - \tilde{r}_P = (1-u)\Delta r_z - u(\tilde{r}_P - r_c) + \sum_i k_i^z + \sum_j k_j^d + e$$

gdzie:
u - udział środków pieniężnych w portfelu przeznaczonych na obsługę instrumentów pochodnych (depozyty początkowe, depozyty uzupełniające),
Δr_z - wartość dodana w efekcie zarządzania aktywami pierwotnymi (ustalona na podstawie jednej z wcześniej omówionych metod),
r_c - przeciętna stopa zwrotu dla środków pieniężnych (rezerwy pieniężnej),
k_i^z - korzyści bądź straty netto z tytułu zabezpieczenia dla aktywu dewizowego i,
k_j^d - korzyści bądź straty netto z tytułu zabezpieczenia waluty j.

Oczywiście w przypadku uwzględnienia strumieni pieniężnych związanych z obsługą instrumentów pochodnych można zastosować analizę korzyści względnych. Dekompozycja może być dokonana według wzoru:

(26) $$r_P - \tilde{r}_P = (1-u)\Delta r_z - u(\tilde{r}_P - r_c) + \sum_i \left[k_i^z - u\tilde{w}_i(\tilde{r}_z^i + f_i - r_c)\right] + \sum_j \left[k_j^d - u\tilde{H}_j\left(r_d^j - f_j\right)\right] + e$$

Wszystkie trzy metody bez względu na sposób dekompozycji korzyści muszą dawać tę samą wartość dodaną.

Przykład 4. Analiza korzyści absolutnych i względnych

Dane są informacje o strategii zrealizowanej oraz strategii wymaganej dla obligacji w kraju (poz. 1) oraz trzech inwestycji za granicą w różnych walutach (poz. 2,3,4):

Strategia zrealizowana

Pozycja	1	2	3	4		
Stopa zwrotu dla aktywów						
r_z^i	2,00%	-1,00%	3,00%	5,00%		
Stopa zmiany kursu						
r_d^j		5,00%	2,00%	-4,00%		
Premia forward						
f_i		0,30%	0,10%	-0,10%		
Współczynnik ekspozycji na ryzyko						
H_j	0,70	0,20	0,05	0,05		
Struktura portfela						
w_i	40%	10%	30%	20%		
Stopa zwrotu zabezpieczonych aktywów						
$w_i\left[r_z^i + f_i\right]$	0,80%	-0,07%	0,93%	0,98%	$\sum_i w_i\left[r_z^i + f_i\right]$	2,64%
Stopa zwrotu forward						
$H_j\left[r_d^j - f_j\right]$		0,94%	0,10%	-0,20%	$\sum_j H_j\left[r_d^j - f_j\right]$	0,84%
Ogółem	0,80%	0,87%	1,03%	0,79%	$r_P =$	3,48%

Strategia wymagana (punkt odniesienia)

Pozycja	1	2	3	4
Wymagana stopa zwrotu dla aktywów				
$\tilde{r}_z^i$	1,00%	1,00%	1,00%	2,00%
Wymagany współczynnik ekspozycji na ryzyko				
$\tilde{H}_j$	0,25	0,25	0,25	0,25
Wymagana struktura				
$\tilde{w}_i$	25,0%	25,0%	25,0%	25,0%

Podsumowanie wymagań

Stopa zwrotu zabezpieczonych aktywów dewizowych						
$\tilde{w}_i\left[\tilde{r}_z^i + f_i\right]$	0,25%	0,33%	0,28%	0,48%	$\tilde{r}_P^z = \sum_i \tilde{w}_i\left[\tilde{r}_z^i + f_i\right]$	1,33%
Stopa zwrotu forward						
$\tilde{H}_j\left[r_d^j - f_j\right]$		1,18%	0,48%	-0,98%	$\tilde{r}_P^d = \sum_j \tilde{H}_j\left[r_d^j - f_j\right]$	0,68%
Ogółem	0,25%	1,50%	0,75%	-0,50%	$\tilde{r}_P =$	2,00%
Korzyści					$r_P - \tilde{r}_P =$	1,48%

Przedstawmy sposób dekompozycji korzyści wykorzystując obie metody.

Analiza korzyści absolutnych

Efekt	1	2	3	4		
Aktywne zarządzanie aktywami						
$w_i \Delta r_z^i$	0,40%	-0,20%	0,60%	0,60%	$\sum_i w_i \Delta r_z^i$	1,40%
Alokacja (struktura) aktywów						
$\Delta w_i \left[\tilde{r}_z^i + f_i\right]$	0,15%	-0,20%	0,06%	-0,10%	$\sum_i \Delta w_i \left[\tilde{r}_z^i + f_i\right]$	-0,09%
Alokacja (wybór) walut						
$\Delta H_j \left[r_d^j - f_j\right]$		-0,24%	-0,38%	0,78%	$\sum_j \Delta H_j \left[r_d^j - f_j\right]$	0,17%
Korzyści	0,55%	-0,63%	0,28%	1,29%	$r_P - \tilde{r}_P =$	1,48%

Analiza korzyści względnych

Aktywne zarządzanie aktywami						
$w_i \Delta r_z^i$	0,40%	-0,20%	0,60%	0,60%	$\sum_i w_i \Delta r_z^i$	1,40%
Alokacja (struktura) aktywów						
$\Delta w_i \left[\tilde{r}_z^i + f_i - \tilde{r}_P^z\right]$	-0,05%	0,00%	-0,01%	-0,03%	$\sum_i \Delta w_i \left[\tilde{r}_z^i + f_i - \tilde{r}_P^z\right]$	-0,09%
Alokacja (wybór) walut						
$\Delta H_j \left[r_d^j - f_j - \tilde{r}_P^d\right]$	-0,30%	-0,20%	-0,25%	0,92%	$\sum_j \Delta H_j \left[r_d^j - f_j - \tilde{r}_P^d\right]$	0,17%
Korzyści	0,05%	-0,40%	0,34%	1,49%	$r_P - \tilde{r}_P =$	1,48%

W obu metodach występuje identyczny podział korzyści z tyt. zarządzania aktywami (wyboru pozycji). Metody odmiennie dzielą korzyści z tytułu wyboru struktury aktywów oraz korzyści wyboru walut łącznie ze sposobem zabezpieczenia. Korzyści względne są liczone w stosunku do przeciętnych wymaganych stóp zwrotu dla aktywów oraz walut.

1.1.1 Zarządzanie. Współczynniki zabezpieczenia

Metoda równoważnej kwoty

Przykład 5. Współczynnik zabezpieczenia. Metoda równoważnej kwoty

Inwestor ma otrzymać płatność 1 mln USD z tytułu realizacji eksportu za 30 dni. Obecnie kurs spot wynosi 3,9165 zł/USD, ale inwestor obawia się deprecjacji USD. Obecnie kurs futures wynosi 3,9670 zł/USD.

Polecenia:

1. Ile kontraktów futures należy sprzedać, aby zabezpieczyć się przed ryzykiem kursowym, jeśli wartość jednego kontraktu wynosi 10000 USD.
2. Jaki będzie rezultat zabezpieczenia, jeśli kurs spot spadnie do 3,8000zł/USD, a kurs futures spadnie do 3,8173zł/USD,

Rozwiązanie

Ad 1.

Jeśli cena dolara spadnie, oczekiwana płatność będzie miała mniejszą wartość w złotych. Aby zabezpieczyć się przed ryzykiem kursowym inwestor powinien sprzedać 100 kontraktów futures. W tym prostym zabezpieczeniu h=-1.

$$n = \frac{hK}{k} \qquad = \qquad 100 \text{ kontraktów}$$

Ad 2.

	Kurs	Wartość w mln USD	Wartość w mln zł
kurs spot t=0	3,9165	1,000	3,9165
kurs futures t=0	3,9670	1,000	3,9670
kurs spot t=1	3,8000	1,000	3,8000
kurs futures t=1	3,8173	1,000	-3,8173
Wartość pozycji zabezpieczonej			3,9497

Wartość pozycji zabezpieczonej w okresie t=1 jest równa kursowi futures powiększonemu o bazę w okresie t=1, a więc:
(F + (St - Ft)) * K = (3,9670 + 3,8000- 3,8173) * 1 = 3,9497 mln zł.
Gdyby kurs spot w okresie t=1 był równy kursowi futures w okresie t=1 to wartość pozycji netto wynikałaby z kursu futures w okresie t=0.

Metoda teoretyczna

Dla walutowych kontraktów forward bądź futures zmiana kursu walutowego forward jest określona wzorem:

$$\Delta F = \Delta S_0 \frac{\left(1 + i_d^N T\right)}{\left(1 + i_f^N T\right)} \tag{27}$$

gdzie:

F - kurs forward bądź futures,

S_0 - kurs spot,

i_d^N - nominalna stopa procentowa wolna od ryzyka w skali rocznej w kraju,

i_f^N - nominalna stopa procentowa wolna od ryzyka w skali rocznej za granicą.

T - okres wyrażony jako ułamek roku (liczba dni dzielona przez 365).

Teoretyczny współczynnik zabezpieczenia wynosi zatem:

(28) $$h = -\frac{\Delta S_0}{\Delta F} = -\frac{\left(1 + i_f^N T\right)}{\left(1 + i_d^N T\right)}$$

Przykład 6. Współczynnik zabezpieczenia portfela walutowego

Inwestor zamierza zabezpieczyć 1 mln USD od ryzyka zmiany kursu.
Kontrakty futures mają 51 dni do terminu wygaśnięcia.
Stopa procentowa wolna od ryzyka w kraju wynosi 12,3%, za granicą 4,5%.
Polecenia:
1. Wyznaczyć kompletny (teoretyczny) współczynnik zabezpieczenia.
2. Ile kontraktów należy sprzedać, jeśli wartość jednego kontraktu wynosi 10 000 USD.

Rozwiązanie

Ad 1.

Współczynnik zabezpieczenia wynosi: $h = -\frac{\Delta S_0}{\Delta F} = -\frac{\left(1 + i_f^N T\right)}{\left(1 + i_d^N T\right)}$ = -0,989

Ad 2.

$n = \frac{hK}{k}$ = -98,9

Kwota powinna być zabezpieczona poprzez sprzedaż 99 kontraktów futures.